

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г.ШУХОВА»**  
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института энергетики,  
информационных технологий и  
управляющих систем

Белоусов А.В.

« 28 » 08 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины

**Алгебра и геометрия**

направление подготовки:

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Специализация программы:

Безопасность открытых информационных систем

Квалификация

Специалист по защите информации

Форма обучения

очная

Институт энергетики, информационных технологий и управляющих систем

Кафедра Программного обеспечения вычислительной техники и  
автоматизированных систем

Белгород 2021

Рабочая программа составлена на основании требований:

-Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – специалитет по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем, утвержденного приказом Минобрнауки России от 26.11.2020 № 1457;

-учебного плана, утвержденного ученым советом БГТУ им. В.Г. Шухова в 2021 году.

Составитель: к.ф.-м.н., доцент  (ученая степень и звание, подпись) (Хлопов А.М.)  
(инициалы, фамилия)

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

« 14 » 05 2021 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой: к.т.н., доцент  (ученая степень и звание, подпись) (Поляков В.М.)  
(инициалы, фамилия)


Рабочая программа согласована с выпускающей кафедрой программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем  
(наименование кафедры/кафедр)

Заведующий кафедрой: к.т.н., доцент  (ученая степень и звание, подпись) (Поляков В.М.)  
(инициалы, фамилия)

« 14 » 05 2021 г.

Рабочая программа одобрена методической комиссией института

« 20 » 05 2021 г., протокол № 9

Председатель к.т.н., доцент  (ученая степень и звание, подпись) (Семернин А.Н.)  
(инициалы, фамилия)

## 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Категория (группа) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Наименование показателя оценивания результата обучения по дисциплине
	ОПК-3. Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Осуществляет обоснованный выбор математических методов для решения типовых задач	<b>Знать:</b> математических методов решения задач. <b>Уметь:</b> обоснованно выбрать нужные для решения той или иной задачи математические методы. <b>Владеть:</b> разными методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.
		ОПК-3.2. Решает типовые задачи математическими методами	<b>Знать:</b> способов решения типовых задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств. <b>Уметь:</b> решать задачи математическими методами. <b>Владеть:</b> математическими методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.
		ОПК-3.3. Использует математические методы необходимые для решения задач профессиональной деятельности	<b>Знать:</b> математических методов, которые используются для решения задач профессиональной деятельности. <b>Уметь:</b> решать различные типы профессиональных задач математическими методами. <b>Владеть:</b> способами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

**1. Компетенция ОПК-3** Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

Данная компетенция формируется следующими дисциплинами.

Стадия	Наименования дисциплины
1.	Математический анализ
2.	Алгебра и геометрия
3.	Дискретная математика
4.	Теория вероятностей и математическая статистика
5.	Математическая логика и теория алгоритмов
6.	Вычислительная математика
7.	Исследование операций
8.	Теория информации
9.	Математика криптографии
10.	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

### 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зач. единиц, 180 часов.

Форма промежуточной аттестации экзамен

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр № 1
Общая трудоемкость дисциплины, час	180	180
<b>Контактная работа (аудиторные занятия), в т.ч.:</b>	73	73
лекции	34	34
лабораторные		
практические	34	34
групповые консультации в период теоретического обучения и промежуточной аттестации	5	5
<b>Самостоятельная работа студентов, включая индивидуальные и групповые консультации, в том числе:</b>	107	107
Курсовой проект		
Курсовая работа		
Расчетно-графическое задание		
Индивидуальное домашнее задание	18	18
Самостоятельная работа на подготовку к аудиторным занятиям (лекции, практические занятия, лабораторные занятия)	53	53
Экзамен	36	36

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Наименование тем, их содержание и объем

#### Курс 1 Семестр 1

№ п/п	Наименование раздела (краткое содержание)	Объем на тематический раздел по видам учебной нагрузки, час			
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа на подготовку к
<b>Модуль 1. Определители и матрицы. Аналитическая геометрия</b>					
1. Понятие поля и кольца. Свойства алгебраических полей.					
	Поле. Кольцо. Свойства алгебраических полей.	4	2		4
2. Векторные пространства.					
	Векторные пространства как упорядоченные наборы элементов числового поля. Представление вектора как столбца чисел. Понятие вектора	2	6		8
3. Прямая и плоскость					
	Прямая на плоскости. Уравнения, задающие прямую на плоскости. Понятие плоскости. Способы задания плоскости. Расстояние между точкой и плоскостью. Расстояние между двумя плоскостями.	4	4		6
4. Системы линейных уравнений					
	Решение систем линейных уравнений. Линейная зависимость векторов. Базис векторного пространства. Понятие векторного подпространства Множество решений системы линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Афинные многообразия. Понятие обратной матрицы.	6	6		9
	<b>ВСЕГО ЗА МОДУЛЬ 1.</b>	<b>16</b>	<b>18</b>		<b>27</b>
<b>Модуль № 2. Определители.</b>					
1. Понятие определителя. Матрицы. Линейные операторы					
	Перестановки. Определители и их свойства. Определитель произведения матриц. Разложение определителя. Определитель блочно-треугольной матрицы. Формулы Крамера для матриц.	6	2		6
2. Полилинейные операции					
	Инварианты полилинейных операций: следы, свертки. Понятие тензора. Тензоры 1 и 2 рангов. Ковариантные, контрвариантные и смешанные тензоры 2 рода.	4	4		6
3. Инвариантные подпространства					
	Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Способы их нахождения Характеристический многочлен. Собственные значения. Понятие кратности корня многочлена.	2	4		5

4. Евклидовы пространства и их линейные преобразования					
	Скалярное произведение. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение Изоморфизмы евклидовых пространств. Ортогональные матрицы.	2	2		3
5. Поверхности второго порядка					
	Билинейные функционалы. Квадратичные формы. Гиперповерхности второго порядка. Кривые второго порядка как конические сечения. Их свойства. Поверхности второго порядка.	2	2		3
6. Системы линейных неравенств. Неотрицательные матрицы.					
	Однородные и неоднородные системы линейных неравенств. Неразложимые матрицы. Собственные векторы неотрицательных матриц. Продуктивные матрицы.	2	2		3
	<b>ВСЕГО ЗА МОДУЛЬ 2.</b>	<b>18</b>	<b>16</b>		<b>26</b>
	<b>ВСЕГО ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	<b>34</b>	<b>34</b>		<b>53</b>

## 4.2. Содержание практических (семинарских) занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тема практического (семинарского) занятия	К-во часов	Самостоятельная работа на подготовку к аудиторным занятиям
семестр № 1				
1	Понятие поля и кольца. Свойства алгебраических полей	Алгебраическое поле и кольцо.	2	4
2	Векторные пространства	Вектор. Представление векторов. Базис и координаты вектора. Скалярное и векторное произведение векторов	6	4
3	Прямая и плоскость	Прямая на плоскости. Способы задания прямой. Прямая в пространстве.	4	4
4	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Обратная матрица. Решение произвольных систем уравнений. Фундаментальное решение систем уравнений	6	4
5.	Понятие определителя. Матрицы. Линейные операторы	Определители и их свойства.	2	4
6.	Полилинейные операции	Понятие тензора. Операции над тензорами.	4	4
7.	Инвариантные подпространства	Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен. Понятие кратности корня многочлена	4	4
8.	Евклидовы пространства и их линейные преобразования	Ортогональные матрицы. Скалярное произведение матриц	2	4
9.	Поверхности второго порядка	Поверхности и кривые второго порядка	2	4
10.	Системы линейных неравенств. Неотрицательные матрицы.	Однородные системы линейных неравенств	2	4
ИТОГО:			34	40
ВСЕГО:				74

## 4.3. Содержание лабораторных занятий

Не предусмотрено учебным планом

## 4.4. Содержание курсового проекта/работы<sup>2</sup>

Не предусмотрено учебным планом





## 4.5. Содержание индивидуальных домашних заданий<sup>3</sup>

ИДЗ №1. В работу включаются задачи:

1. Понятие поля и кольца. -1;
2. Свойства алгебраических полей -1;
3. Понятие вектора – 4;
4. Векторные пространства – 2;
5. Прямая на плоскости – 3.
6. Прямая в пространстве – 3.
7. Системы линейных уравнений -2.
8. Обратные матрицы -2.

ИДЗ №2. В работу включаются задачи:

1. Определители и их свойства – 4;
2. Матрицы – 2;
3. Формулы Крамера – 1;
4. Тензоры – 2;
5. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов– 2;
6. Ортогональные матрицы – 2;
7. Скалярное произведение матриц – 2;
8. Поверхности и кривые второго порядка – 2;
9. Однородные и неоднородные системы линейных неравенств -1;
10. Продуктивные матрицы -1.

На выполнение ИДЗ предусмотрено 9 часов самостоятельной работы студента.

В процессе выполнения индивидуальных домашних заданий осуществляется контактная работа обучающегося с преподавателем. Консультации проводятся в аудитории и/или посредством электронной информационно-образовательной среды университета.

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 5.1. Реализация компетенций

**1 Компетенция** ОПК-3. Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

Наименование индикатора достижения компетенции	Используемые средства оценивания
ОПК-3.1. Осуществляет обоснованный выбор математических методов для решения типовых задач	Устный опрос на практических занятиях, экзамен
ОПК-3.2. Решает типовые задачи математическими методами	Выполнение контрольных работ и ИДЗ
ОПК-3.3. Использует математические методы необходимые для решения задач профессиональной деятельности	Выполнение контрольных работ и ИДЗ, экзамен

## 5.2. Типовые контрольные задания для промежуточной аттестации

### 5.2.1. Перечень контрольных вопросов (типовых заданий) для экзамена

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание вопросов (типовых заданий)
1	Понятие поля и кольца. Свойства алгебраических полей. ОПК-3.1.	1. Дайте понятие поля. 2. Сформулировать понятие кольца. 3. Сформулировать свойства сложения в кольце. 4. Дать понятие полугруппы. и подполугруппы, их взаимосвязь. 5. Дать понятие подполугруппы, и у становить взаимосвязь ее с полугруппой. 6. Описать свойства и методы умножения в кольце. 7. Сформулировать понятие множеств и операции над ними.
2	Векторные пространства ОПК-3.2	8. Сформулировать понятие векторного пространства. 9. Сформулировать понятие векторного пространства как упорядоченного набора элементов числового поля. 10. Сформулировать понятие базиса и размерности векторного пространства. 11. Сформулировать понятие и размерности векторного пространства. 12. Решение задач на использование векторных пространств. 13. Способы разложения вектора по базису. 14. Сформулировать понятие обратного вектора и правило его нахождения.
3	Прямая и плоскость ОПК-3.3	15. Сформулировать понятие декартовой прямоугольной системы координат и способы ее задания. 16. Привести примеры использования декартовой системы координат. 17. Сформулировать понятие коллинеарности векторов пространства. 18. Использование коллинеарности при решении задач. Привести примеры. 19. Назвать способ определения коллинеарности в пространстве
4	Системы линейных уравнений ОПК-3.1,3.2	20. Сформулировать понятие о множестве решений системы линейных уравнений. 21. Сформулировать теорему Кронекера — Капелли. 22. Описать метод Гаусса решения систем линейных уравнений (показать на своем примере). 23. Сформулировать понятие базисного минора системы линейных уравнений. 24. Записать формулу Крамера решения системы трех линейных уравнений (показать на примере). 25. Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

5	Понятие определителя. Матрицы. Линейные операторы ОПК-3.1, 3.2.	26. Сформулировать понятие матрицы. 27. Опишите метод создания обратной матрицы из заданной.. 28. Сформулировать понятие детерминанта. 29. Привести примеры решения задач различного типа на матрицы, определители. 30. Опишите способ образования транспонированной, комплексно сопряженной и эрмитово сопряженной матриц. 31. Сформулировать понятие симметричной и кососимметричной (антисимметричной) матрицы. Примеры на каждый вид матрицы
6	Полилинейные операции ОПК-3.3.	32. Сформулировать понятие полилинейных операций и их инвариантов (следов и свертков). 33. Описать понятие тензора. 34. Сформулировать понятия тензоров первого и второго рангов. 35. Описать ковариантные, контрвариантные и смешанные тензоры второго рода.
7	Инвариантные подпространства ОПК-3.3	36. Сформулировать понятие инвариантных подпространств. 37. Описать собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Способы их нахождения. 38. Понятие характеристического многочлена. Понятие кратности корня многочлена.
8	Евклидовы пространства и их линейные преобразования ОПК-3.3	39. Сформулировать евклидовы пространства и их линейные преобразования. 40. Дать понятие скалярного произведения. 41. Описать процесс ортогонализации. 42. Сформулировать понятие ортогональных матриц. 44. Сформулировать понятие изоморфизма евклидовых пространств.
9.	Поверхности второго порядка ОПК-3.3.	45. Понятие билинейных функционалов. 46. Описать квадратичные формы. 47. Описать гиперповерхности второго порядка. 48. Сформулировать понятие о кривых второго порядка как конические сечения. Их свойства. 49. Назвать поверхности второго порядка.
10.	Системы линейных неравенств. Неотрицательные матрицы. ОПК-3.2., 3.3.	50. Описать способы решения однородных и неоднородных систем линейных неравенств. 51. Понятие о неразложимых матрицах. 52. Сформулировать понятие собственных векторов неотрицательных матриц. 53. Описать способ решения задач на использование матриц для типовых задач профессиональной деятельности..

### Задачи в экзаменационных билетах

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

1. Вычислить определители:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Даны две матрицы А и В. Вычислить  $A \cdot B$ , если

3. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22. \end{cases}$$

5. Решить систему с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}$$

6. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

7.  $Ax = \{x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3\}$ .  $Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}$ . Найти  $(A^2 + B)x$

8. Будут ли коллинеарными вектора  $\vec{c}_1$  и  $\vec{c}_2$ , построенные на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = \{2; -1; 6\}$ ,  $\vec{b} = \{-1; 3; 8\}$ .  $\vec{c}_1 = 5\vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $\vec{c}_2 = 2\vec{a} - 5\vec{b}$ .

9. Даны вершины треугольника ABC, если A(-5; 1), B(8; -2), C(1; 4). Найти уравнения стороны AB, высоты CH, медианы AM.

10. Дано A(2; 4; 6), B(-3; 5; 1), C(4; -5; -4).  $\vec{a} = -6\vec{BC} + 2\vec{BA}$ ,  $\vec{b} = \vec{c} = \vec{CA}$ ,  $L = \vec{BC}$ . Найти координаты и модуль вектора  $\vec{a}$ , координаты вектора  $\vec{BC}$ , точки M, которая делит сторону  $\vec{BC}$  в отношении 1:3.

22. Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ ,  $\vec{b} =$ ,  $\vec{c} = 6\vec{i} + 9\vec{j} - 3\vec{k}$ . а)  $-2\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $-2\vec{c}$ ;

б)  $4\vec{b}$ ,  $7\vec{c}$

Найти: а) произведение трех векторов; б) модуль векторного

произведения двух указанных векторов.

23. Найти координаты и модули векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ , а также косинус угла  $BAC$ , если  $A(3; 3; -1)$ ,  $B(5; 1; -2)$ ,  $C(4; 1; -3)$
24. Будут ли коллинеарными вектора  $\vec{c}_1$  и  $\vec{c}_2$ , построенные на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если:  $\vec{a}\{3; 7; 0\}$ ,  $\vec{b}\{1; -3; 4\}$ .  $\vec{c}_1 = 4\vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $\vec{c}_2 = -2\vec{a} + \vec{b}$
25. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если:  $\vec{a} = 4\mathbf{p} - \mathbf{q}$ ,  $\vec{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$ ,  $|\vec{p}| = 5$ ,  $|\vec{q}| = 4$ .  $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$
26. Будут ли компланарными вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ? Найти их модули, если:  
 $\vec{a}\{4; -1; -6\}$ ,  $\vec{b}\{1; -3; -7\}$ ,  $\vec{c}\{2; -1; -4\}$
27. Пирамида имеет вершины в точках  $A, B, C, D$ . Вычислить площадь грани  $ABD$ , а также – объем пирамиды, если:  
 $A(7, 4, 2)$ ,  $B(-5, 3, -9)$ ,  $C(1, -5, 3)$ ,  $D(7, -9, 1)$ ; Построить эту пирамиду в трехмерной системе координат.
28. Даны вершины треугольника  $ABC$ . Найти уравнения стороны  $AB$ , высоты  $CH$  и медианы  $AM$ , если:  $A(-5, 1)$ ,  $B(8, -2)$ ,  $C(1, 4)$ .

### 5.3. Типовые контрольные задания (материалы) для текущего контроля в семестре

*Текущий контроль* осуществляется в течение семестра в форме написания контрольных работ и защиты ИДЗ.

Защита ИДЗ проводится в форме устного опроса студента по выполненной работе и направлена на проверку степени усвоения материала и понимания теоретических сведений, используемых в процессе выполнения работы.

Примерные тематика и состав контрольной работы:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание вопросов (типовых заданий)
1.	Понятие поля и кольца. Свойства алгебраических полей ОПК-3.1.	1. Дайте понятие поля. 2. Сформулировать понятие кольца. 3. Сформулировать свойства сложения в кольце. 4. Дать понятие полугруппы. и подполугруппы, их взаимосвязь. 5. Дать понятие подполугруппы, и у становить взаимосвязь ее с полугруппой. 6. Описать свойства и методы умножения в кольце. 7. Сформулировать понятие множеств и операции над ними
2.	Векторные пространства ОПК-3.2.	8. Сформулировать понятие векторного пространства. 1. Сформулировать понятие векторного пространства как упорядоченного набора элементов числового поля. 2. Сформулировать понятие базиса и размерности векторного пространства. 3. Сформулировать понятие и размерности векторного пространства. 4. Решение задач на использование векторных пространств. 5. Способы разложения вектора по базису. Сформулировать понятие обратного вектора и правило его нахождения
3.	Прямая и плоскость ОПК-3.3	29. Сформулировать понятие декартовой прямоугольной системы координат и способы ее задания. 30. Привести примеры использования декартовой системы координат. 31. Сформулировать понятие коллинеарности векторов пространства. 32. Использование коллинеарности при решении задач. Привести примеры. Назвать способ определения коллинеарности в пространстве
4.	Системы линейных уравнений ОПК-3.1,3.2.	33. Сформулировать понятие о множестве решений системы линейных уравнений.

		<p>34. Сформулировать теорему Кронекера — Капелли.</p> <p>22. Описать метод Гаусса решения систем линейных уравнений (показать на своем примере).</p> <p>23. Сформулировать понятие базисного минора системы линейных уравнений.</p> <p>24. Записать формулу Крамера решения системы трех линейных уравнений (показать на примере).</p> <p>25. Решить систему линейных уравнений методом Крамера</p>
5.	<p>Понятие определителя. Матрицы. Линейные операторы ОПК-3.1, 3.2.</p>	<p>26. Сформулировать понятие матрицы.</p> <p>27. Опишите метод создания обратной матрицы из заданной..</p> <p>28. Сформулировать понятие детерминанта.</p> <p>29. Привести примеры решения задач различного типа на матрицы, определители.</p> <p>30. Опишите способ образования транспонированной, комплексно сопряженной и эрмитово сопряженной матриц.</p> <p>31. Сформулировать понятие симметричной и кососимметричной (антисимметричной) матрицы. Примеры на каждый вид матрицы</p>
6.	<p>Полилинейные операции ОПК-3.3</p>	<p>32. Сформулировать понятие полилинейных операций и их инвариантов (следов и свертков).</p> <p>33. Описать понятие тензора.</p> <p>34. Сформулировать понятия тензоров первого и второго рангов.</p> <p>35. Описать ковариантные, контрвариантные и смешанные тензоры второго рода.</p>
7.	<p>Инвариантные подпространства ОПК-3.3</p>	<p>36. Сформулировать понятие инвариантных подпространств.</p> <p>37. Описать собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Способы их нахождения.</p> <p>38. Понятие характеристического многочлена. Понятие кратности корня многочлена.</p>
8.	<p>Евклидовы пространства и их линейные преобразования ОПК-3.3</p>	<p>39. Сформулировать евклидовы пространства и их линейные преобразования.</p> <p>40. Дать понятие скалярного произведения.</p> <p>41. Описать процесс ортогонализации.</p> <p>42. Сформулировать понятие ортогональных матриц.</p> <p>44. Сформулировать понятие изоморфизма евклидовых пространств.</p>
9.	<p>Поверхности второго порядка ОПК-3.3</p>	<p>45. Понятие билинейных функционалов.</p> <p>46. Описать квадратичные формы.</p> <p>47. Описать гиперповерхности второго порядка.</p> <p>48. Сформулировать понятие о кривых второго порядка как конические сечения. Их свойства.</p> <p>49. Назвать поверхности второго порядка.</p>

10.	Системы линейных неравенств. Неотрицательные матрицы ОПК-3.2.,3.3.	50. Описать способы решения однородных и неоднородных систем линейных неравенств. 51. Понятие о неразложимых матрицах. 52. Сформулировать понятие собственных векторов неотрицательных матриц. 53. Описать способ решения задач на использование матриц для типовых задач профессиональной деятельности..
-----	--	--

**Критерии оценки контрольной работы:** контрольная работа оценивается по 5-тибалльной шкале: 2 – неудовлетворительно, 3 – удовлетворительно, 4 – хорошо, 5 – отлично.

### Тестовые задания по темам.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание вопросов (типовых заданий)
1.	Понятие поля и кольца. Свойства алгебраических полей ОПК-3.1.	<p style="text-align: center;"><b><u>Задание 1.</u></b></p> <p>Наибольшим общим делителем (НОД) двух чисел называется... <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) общее из двух чисел;</li> <li>2) целое положительное число;</li> <li>3) наибольшее целое положительное число, являющееся делителем обоих этих чисел;</li> <li>4) наибольшее число.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b><u>Задание 2.</u></b></p> <p>Вычет, равный самому остатку, называется... <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) наименьшим вычетом;</li> <li>2) наименьшим неотрицательным вычетом;</li> <li>3) неотрицательным вычетом;</li> <li>4) наименьшим неотрицательным числом.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b><u>Задание 3.</u></b></p> <p>Группой <math>G</math> называется множество элементов, для которых... <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) определена некоторая операция <math>*</math> и выполняются 4 аксиомы;</li> <li>2) определена некоторая операция <math>*</math> и выполняются 2 аксиомы;</li> <li>3) определены операции <math>+</math>, <math>*</math> и выполняются 4 аксиомы;</li> <li>4) неопределена операция <math>*</math> и выполняются 4 аксиомы.</li> </ol>



**Задание 4.**

Группа содержит один единичный элемент, и каждый элемент группы имеет...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) 2 обратных элемента;
- 2) не единственный обратный элемент;
- 3) взаимно сопряженный элемент;
- 4) единственный обратный элемент.

**Задание 5.**

Число элементов в группе называется...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) рангом группы;
- 2) порядком группы;
- 3) диаметром группы;
- 4) степенью группы.

**Задание 6.**

Подмножество элементов группы  $G$  называется..., если оно удовлетворяет всем аксиомам группы.

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) полем  $H$ ;
- 2) матрицей;
- 3) подгруппой  $H$ ;
- 4) кольцом .

**Задание 7.**

Число смежных (т.е. неперекрывающихся) классов  $k$  в разложении группы по подгруппе называется...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) индексом  $H$  в  $G$ ;
- 2) рангом группы
- 3) порядком;
- 4) номером.

**Задание 8.**

Если  $a$  – порождающий элемент циклической группы порядка  $n$ , то  $a^k$  –....

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) центральный элемент;
- 2) главный элемент;
- 3) порождающий элемент;
- 4) новый элемент.

**Задание 9.**

Кольцом  $R$  называется множество элементов, на котором определены...

		<p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) операция сложения, и в <math>\mathbb{R}</math> выполняются 4 аксиомы;</li> <li>2) операция умножения, и в <math>\mathbb{R}</math> выполняются 4 аксиомы;</li> <li>3) две операции – сложение и умножение, и в <math>\mathbb{R}</math> выполняются 2 аксиомы;</li> <li>4) две операции – сложение и умножение, и в <math>\mathbb{R}</math> выполняются 4 аксиомы.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b><u>Задание 10.</u></b></p> <p>Поле <math>F</math> называют коммутативное кольцо с единицей, в котором...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) некоторые ненулевые элементы имеют мультипликативный обратный элемент (т.е. обратный по умножению)</li> <li>2) каждый нулевой элемент имеет мультипликативный обратный элемент (т.е. обратный по умножению)</li> <li>3) каждый ненулевой элемент имеет мультипликативный обратный элемент (т.е. обратный по умножению);</li> <li>4) каждый ненулевой элемент имеет противоположный элемент (т.е. обратный по умножению).</li> </ol>
2.	Векторные пространства ОПК-3.2.	<p style="text-align: center;"><b><u>Задание 1.</u></b></p> <p>Векторным пространством называется...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) абелева группа <math>V</math>;</li> <li>2) аддитивная группа <math>V</math>;</li> <li>3) аддитивное абелево кольцо <math>V</math>;</li> <li>4) аддитивная абелева группа <math>V</math>.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b><u>Задание 2.</u></b></p> <p>Групповая операция в векторном пространстве <math>V</math> называется...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) сложением векторов;</li> <li>2) умножением векторов;</li> <li>3) вычитанием векторов;</li> <li>4) суперпозицией векторов.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b><u>Задание 3.</u></b></p> <p>Нейтральный элемент группы <math>V</math> называется...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) положительным элементом;</li> <li>2) отрицательным элементом;</li> <li>3) нулевым элементом;</li> <li>4) обратным элементом.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b><u>Задание 4.</u></b></p> <p>Отображение <math>F: U \rightarrow W</math> из векторного пространства <math>U</math> в векторное пространство <math>W</math> называется линейным отображением, если...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) оно переводит <math>U \rightarrow W</math>;</li> <li>2) оно преобразовывает <math>U</math> в <math>U</math>;</li> </ol>

- 3) оно преобразовывает  $U$  в  $W$ ;
- 4) оно перестановочно со сложением векторов и умножением векторов на числа.

**Задание 5.**

Векторные пространства, между которыми имеется взаимно однозначное линейное отображение, называются...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) изоморфными;
- 2) гомоморфными;
- 3) нейтральными;
- 4) нулевыми.

**Задание 6.**

Векторы  $a$  и  $b$  произвольного векторного пространства  $V$  называются пропорциональными, если...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1)  $a = b$ ;
- 2)  $b = a$ ;
- 3)  $x \cdot a = y \cdot b$  для некоторых чисел  $x, y \in \mathbb{K}$ , не равных одновременно нулю;
- 4)  $x \cdot a = b$ .

**Задание 7.**

Векторное пространство, в котором имеется конечный порождающий набор векторов, называется...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) нейтральным;
- 2) конечномерным;
- 3) нулевым;
- 4) положительным.

**Задание 8.**

Порождающий векторное пространство  $V$  набор векторов  $\{e_v\}$  называется...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) элементом этого пространства;
- 2) нулевым элементом этого пространства;
- 3) главным элементом этого пространства;
- 4) базисом этого пространства.

**Задание 9.**

Коэффициенты  $x_i$  единственного линейного выражения  $v = \sum x_i e_i$  вектора  $v$  через базисные векторы  $e_v$  называются...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) координатами вектора  $v$  в базисе  $\{e_v\}$ ;
- 2) векторами в базисе;
- 3) базисом;
- 4) векторным пространством.

**Задание 10.**

Вектор-строка, имеющий те же элементы, что и  $e_i$ , называется...

		1) эрмитово сопряженным; 2) обратным; 3) противоположным; 4) транспонированным вектором $e_i$
3.	Прямая и плоскость ОПК- 3.3	<p style="text-align: right;"><b><u>Задание 1.</u></b></p> <p>Уравнение вида <math>F(x, y, z) = 0</math> называется...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) уравнением прямой;</li> <li>2) уравнением эллипса;</li> <li>3) уравнением плоскости;</li> <li>4) уравнением окружности.</li> </ol> <p><b><u>Задание 2.</u></b></p> <p>Уравнение вида <math>Ax + By + Cz + D = 0</math> называется...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) общим уравнением прямой;</li> <li>2) общим уравнением плоскости;</li> <li>3) уравнением прямой.</li> <li>4) уравнением окружности.</li> </ol> <p><b><u>Задание 3.</u></b></p> <p>Уравнение вида <math>\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1</math> называется...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) уравнением прямой в отрезках;</li> <li>2) уравнением плоскости в прямых;</li> <li>3) уравнением плоскости в отрезках;</li> <li>4) уравнение плоскости.</li> </ol> <p><b><u>Задание 4.</u></b></p> <p>Уравнение вида <math>A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0</math> называется...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) уравнением прямой;</li> <li>2) уравнением отрезков;</li> <li>3) уравнением эллипса;</li> <li>4) уравнением плоскости, проходящей через точку перпендикулярно к заданному вектору.</li> </ol> <p><b><u>Задание 5.</u></b></p> <p>Уравнение вида <math>\begin{vmatrix} x - x_1 &amp; y - y_1 &amp; z - z_1 \\ x_2 - x_1 &amp; y_2 - y_1 &amp; z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 &amp; y_3 - y_1 &amp; z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0</math> называется...</p>

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) уравнением плоскости;
- 2) уравнением плоскости, проходящей через три точки;**
- 3) уравнением прямой в пространстве;
- 4) уравнением эллипса в пространстве.

**Задание 6.**

Формула  $\cos \varphi = \frac{\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2}{|\vec{N}_1| \cdot |\vec{N}_2|} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$  есть формулой...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) расстояния между прямыми;
- 2) расстояния между плоскостями;
- 3) расстояния между прямой и плоскостью;
- 4) угла между плоскостями.**

**Задание 7.**

Формула  $d_{(Q)}^{M_0} = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$  называется формулой...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) расстояния от данной точки до данной плоскости;**
- 2) угла между плоскостями;
- 3) расстояния между прямыми;
- 4) расстояния между плоскостями.

**Задание 8.**

Уравнение вида  $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$  называется...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) параметрическим уравнением прямой;
- 2) уравнением прямой в отрезках;
- 3) каноническим уравнением прямой в пространстве;**
- 4) уравнением прямой, проходящей через заданную точку.

**Задание 9.**

Уравнение вида  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$  называется уравнением...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) прямой в отрезках;
- 2) плоскости в отрезках;
- 3) плоскости через прямую;
- 4) прямой, проходящей в пространстве через 2 точки.**

**Задание 10.**

		<p style="text-align: center;"> <math display="block">\frac{m}{A} = \frac{n}{B} = \frac{p}{C}</math> </p> <p>Соотношение называется условием...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) параллельности прямых;</li> <li>2) <b>перпендикулярности прямой и плоскости;</b></li> <li>3) параллельности прямой и плоскости;</li> <li>4) коллинеарности 2 плоскостей.</li> </ol>
4.	<p>Системы линейных уравнений ОПК-3.1,3.2.</p>	<p><b><u>Задание 1.</u></b>  Два вектора плоскости линейно зависимы тогда и только тогда, когда они...  <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) перпендикулярны;</li> <li>2) <b>коллинеарны;</b></li> <li>3) компланарны;</li> <li>4) взаимно сопряжены.</li> </ol> <p><b><u>Задание 2.</u></b>  Два вектора плоскости <math>\vec{e}_1, \vec{e}_2</math> линейно независимы в том и только том случае, если они...  <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) коллинеарны;</li> <li>2) параллельны;</li> <li>3) перпендикулярны;</li> <li>4) <b>неколлинеарны</b></li> </ol> <p style="text-align: center;"><b><u>Задание 3.</u></b></p> <p>В записи <math>\vec{v} = \alpha \cdot \vec{e}_1 + \beta \cdot \vec{e}_2</math> числа <math>\alpha, \beta</math> называются ...  <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) координатами скаляра;</li> <li>2) скалярами;</li> <li>3) <b>координатами вектора в данном базисе;</b></li> <li>4) координатами в декартовой системе.</li> </ol> <p><b><u>Задание 4.</u></b>  Выражение <math>\alpha \cdot \vec{e}_1 + \beta \cdot \vec{e}_2</math> называют...  <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <b>разложением вектора по базису <math>(\vec{e}_1, \vec{e}_2)</math>;</b></li> <li>2) координатами вектора;</li> <li>3) координатами скаляра;</li> <li>4) линейным представлением скаляра.</li> </ol> <p><b><u>Задание 5.</u></b>  Базисом плоскости называется...  <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p>

- 1) три линейно независимых (неколлинеарных) векторов , взятые в любом порядке;
- 2) пара линейно независимых (неколлинеарных) векторов  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$  , взятых в любом порядке;
- 3) **пара линейно независимых (неколлинеарных) векторов  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$  , взятых в определённом порядке;**
- 4) четыре линейно зависимых (коллинеарных) вектора , взятых в определённом порядке.

**Задание 6.**

Точка  $O$  плоскости, которая называется началом координат, и ортонормированный базис  $(\vec{i}, \vec{j})$  задают...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) полярную систему координат;
- 2) декартову систему координат;
- 3) аффинную систему координат;
- 4) **декартову прямоугольную систему координат.**

**Задание 7.**

Точка  $O$  плоскости, которая называется началом координат, и неколлинеарные векторы  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  , взятые в определённом порядке, задают...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) полярную систему координат;
- 2) декартову систему координат;
- 3) **аффинную систему координат;**
- 4) декартову прямоугольную систему координат.

**Задание 8.**

Для того чтобы два вектора плоскости  $\vec{v}(v_1, v_2), \vec{w}(w_1, w_2)$  были коллинеарны, необходимо и достаточно, чтобы их соответствующие координаты...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) были непропорциональны;
- 2) были взаимно сопряжены;
- 3) были коллинеарны;
- 4) **были пропорциональны.**

**Задание 9.**

Два вектора плоскости  $\vec{v}(v_1, v_2), \vec{w}(w_1, w_2)$  коллинеарны тогда и только тогда, когда определитель, составленный из координат данных векторов...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) **равен нулю;**

- 2) больше нуля;
- 3) меньше нуля;
- 4) меньше единицы.

**Задание 10.**

Для того чтобы два вектора пространства  $\vec{v}(v_1; v_2; v_3), \vec{w}(w_1; w_2; w_3)$  были коллинеарны, необходимо и достаточно, чтобы их соответствующие координаты были...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) не равны нулю;
- 2) равны нулю;
- 3) **пропорциональны;**
- 4) одинаковы.

5.

Понятие определителя. Матрицы. Линейные операторы  
ОПК-3.1, 3.2.

**Задание 1.**

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Таблица вида  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$  называется...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) определителем;
- 2) определителем Вронского;
- 3) **матрицей;**
- 4) симплекс-таблицей.

**Задание 2.**

Матрица, у которой всего один столбец, называется...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) **числовым вектором;**
- 2) вектором;
- 3) числом;
- 4) линейной матрицей.

**Задание 3.**

Матрица у которой всего одна строка, называется...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) столбцовой;
- 2) рядовой
- 3) линейной
- 4) **строчной.**

**Задание 4.**

Квадратная матрица, у которой равны нулю все элементы, кроме стоящих на главной диагонали  $(a_{11} a_{22} \dots a_{nn})$ , называется...

*Выберите 1 правильный ответ.*



- 1) нулевой;
- 2) единичной;
- 3) **диагональной;**
- 4) строчной.

**Задание 5.**

Две матрицы называются равными, если они одинакового размера и их соответствующие элементы...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) большие нуля;
- 2) меньше нуля
- 3) равны нулю;
- 4) **равны.**

**Задание 6.**

Суммой двух матриц одинакового размера называется матрица того же размера, каждый элемент которой равен...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) разности соответствующих элементов данных двух матриц;
- 2) **сумме соответствующих элементов данных двух матриц;**
- 3) произведению соответствующих элементов данных двух матриц;
- 4) частному соответствующих элементов данных двух матриц.

**Задание 7.**

Чтобы умножить матрицу на число  $\lambda$ , нужно...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) каждый элемент этой матрицы сложить с числом;
- 2) каждый элемент этой матрицы разделить на число;
- 3) каждый элемент этой матрицы отнять от числа;
- 4) **каждый элемент этой матрицы умножить на это число.**

**Задание 8.**

Наивысший из порядков миноров, отличных от нуля, называется...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) детерминантом;
- 2) рангом определителя;
- 3) **рангом матрицы;**
- 4) определителем.

**Задание 9.**

Матрицы, полученные одна из другой при элементарных преобразованиях, называются...

*Выберите 1 правильный ответ.*

		<p>1) подобными;  2) <b>эквивалентными</b>;  3) равными;  4) сопряженными.</p> <p><b>Задание 10.</b>  Определителем... порядка называется число, обозначаемое  символом <math>\begin{vmatrix} a_{11} &amp; a_{12} \\ a_{21} &amp; a_{22} \end{vmatrix}</math>.  <i>Выберите 1 правильный ответ и вставьте вместо троеточия.</i></p> <p>1) пятого;  2) третьего;  3) первого;  <b>4) второго.</b></p>
6.	Полилинейные операции и ОПК-3.3	<p><b>Задание 1.</b>  Тензор — применяемый в математике и физике вид...  <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <p>1) матрицы;  2) определителя;  <b>3) линейного многокомпонентного алгебраического объекта, заданного на векторном пространстве конечной размерности</b>  4) линейного многокомпонентного алгебраического отображения.</p> <p><b>Задание 2.</b>  Тензоры ранга 1– это....  <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <p>1) скаляры пространства;  2) матрицы в пространстве;  <b>3) векторы пространства;</b>  4) определители, заданные в пространстве.</p> <p><b>Задание 3.</b>  Тензоры 2 ранга — это....  <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <p>1) линейные операторы;  <b>2) билинейные формы, линейные операторы и бивекторы на <math>V</math>;</b>  3) линейные формы;  4) линейные матрицы.</p> <p><b>Задание 4.</b>  Тензоры были придуманы в .... году Туллио Леви-Чивита и Грегорио Риччи-Курбастро.  <i>Выберите 1 правильный ответ и вставьте вместо троеточия.</i></p> <p>1) <b>1900;</b>  2) 1905;</p>

- 3) 1911;
- 4) 1922.

### Задание 5

Контравариантность – это свойство преобразования координат...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) прямо пропорционально преобразованию базиса;
- 2) прямо пропорционально изменению порождающего вектора;
- 3) обратно пропорционально преобразованию базиса;**
- 4) произвольно.

### Задание 6.

Ковариантность – это преобразование координат какого-либо объекта....

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) обратно пропорционально базису;
- 2) независимо от базиса;
- 3) пропорционально преобразованию определителя;
- 4) пропорционально преобразованию базиса.**

### Задание 7.

Тензором типа  $\begin{pmatrix} s \\ r \end{pmatrix}$  на векторном пространстве  $V$  (размерности  $n$ ) называется объект, задаваемый в произвольном базисе *Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) матрицей;
- 2) набором чисел**
- 3) 2 векторами;
- 4) линейной комбинацией векторов.

### Задание 8.

Число называют...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) рангом матрицы;
- 2) рангом определителя;
- 3) валентностью или рангом тензора;**
- 4) степенью тензора.

### Задание 9.

**Псевдотензоры** — алгебраические объекты, координаты которых...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) преобразуются аналогично тензорам;
- 2) преобразуются произвольно;
- 3) преобразуются аналогично тензорам, за исключением смены ориентации базиса;**

		<p>4) преобразуются независимо от базиса. базиса</p> <p><b><u>Задание 10.</u></b></p> <p>Многоиндексные объекты, не являющиеся тензорами, – это...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <p>1) символы Кристоффеля ;</p> <p>2) символы Кирхгоффа;</p> <p>3) символы Крамера ;</p> <p>4) символы Лагранжа.</p>
7.	Инвариантные подпространства ОПК-3.3	<p style="text-align: center;"><b><u>Задание 1.</u></b></p> <p style="text-align: center;"><math>l \left( \begin{smallmatrix} s \\ r \end{smallmatrix} \right)</math></p> <p>Тензором типа <math>l \left( \begin{smallmatrix} s \\ r \end{smallmatrix} \right)</math> называется...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <p>1) линейная функция;</p> <p>2) квадратичная функция;</p> <p>3) <b>полилинейная функция (полилинейная форма) , то есть числовая функция от аргументов следующего вида ;</b></p> <p>4) функция 2 переменных.</p> <p><b><u>Задание 2.</u></b></p> <p>На пространстве <math>V</math> полилинейные функции — это...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <p>1) <b>числовые функции от нескольких аргументов-векторов этого пространства, линейные по каждому из аргументов:</b></p> <p>2) комплексные функции;</p> <p>3) ряды Фурье на этом пространстве;</p> <p>4) числовые функции от одного аргумента-вектора этого пространства.</p> <p><b><u>Задание 3.</u></b></p> <p>Полилинейные функции от аргументов-векторов в пространстве <math>V</math> являются...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <p>1) тензорами 1 ранга;</p> <p>2) <b>тензорами типа <math>\binom{0}{0}</math>;</b></p> <p>3) вектором пространства;</p> <p>4) порождающим элементом.</p> <p><b><u>Задание 4.</u></b></p> <p>Классическим пример тензоров типа <math>\binom{0}{2}</math> (дважды ковариантный тензор) являются...</p> <p><i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <p>1) функции одного аргумента;</p> <p>2) функции 3 аргументов;</p>

- 3) **билинейные формы** — числовые функции двух аргументов-векторов пространства, линейные по каждому из аргументов;  
4) функции, нелинейные по аргументам.

**Задание 5.**

Тензор ранга над  $n$ -мерным векторным пространством — это...  
*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) тензор 2 ранга;
- 2) тензор 1 ранга;
- 3) детерминант;
- 4) **элемент тензорного произведения пространств и  $g$  сопряжённых пространств**

**Задание 6.**

Тензорное произведение векторных пространств — это...  
*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) **векторное пространство  $W$ , которое связано с этими векторными пространствами посредством полилинейного отображения;**
- 2) линейное отображение;
- 3) нелинейное отображение;
- 4) линейная функция.

**Задание 7.**

Тензорное произведение векторов в координатном представлении — это...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) скалярное произведение;
- 2) определитель Вронского;
- 3) матрица координат;
- 4) **вектор, координатами которого являются всевозможные произведения координат «умножаемых» векторов.**

**Задание 8.**

Тензорное произведение некоммутативно, то есть...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) порядок векторов произвольный;
- 2) вектора чередуются с координатами;
- 3) **порядок перемножаемых векторов влияет на результат;**
- 4) перемножаются только скаляры.

**Задание 9.**

В физике термин *тензор* имеет тенденцию применяться только к тензорам...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) двухмерного пространства;
- 2) **над обычным физическим 3-мерным пространством;**
- 3) над многомерным пространством;

		<p>4) особой группы.</p> <p><b>Задание 10.</b> Симметричным по двум ко-(контра-)вариантным индексам называется тензор, который... <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) не зависит от индексов;</li> <li>2) зависит от степеней;</li> <li>3) зависит от скалярного произведения координат;</li> <li><b>4) не изменяется от перестановки этих индексов.</b></li> </ol>
8.	Евклидовы пространства и их линейные преобразования ОПК-3.3	<p><b>Задание 1.</b> На пространстве <math>R^n</math> задано скалярное произведение, если... <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) каждому значению <math>x</math> соответствует несколько значений <math>y</math>;</li> <li>2) каждому значению <math>x</math> соответствует одно значение <math>y</math>;</li> <li><b>3) каждой паре векторов <math>x, y \in R^n</math> поставлено в соответствие вещественное число <math>(x, y) \in R</math>, и при этом выполнены аксиомы скалярного произведения;</b></li> <li>4) если перемножаются произвольно координаты векторов.</li> </ol> <p><b>Задание 2.</b> Если на пространстве <math>R^n</math> введено скалярное произведение, то его называют... <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) комплексным;</li> <li>2) действительным;</li> <li>3) рациональным;</li> <li><b>4) вещественным евклидовым пространством.</b></li> </ol> <p><b>Задание 3.</b> Неравенство вида <math> x + y  \leq  x  +  y </math> для любых <math>x, y \in \mathbb{R}^n</math> называется неравенством .... <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><b>1) Минковского;</b></li> <li>2) Декарта;</li> <li>3) Пифагора;</li> <li>4) Фалеса.</li> </ol> <p><b>Задание 4.</b> Пространство <math>R^n</math> со стандартным скалярным произведением называют... <i>Выберите 1 правильный ответ.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 2-мерным ;</li> <li>2) 2-мерным геометрическим;</li> <li>3) скалярным;</li> <li><b>4) n-мерным арифметическим пространством.</b></li> </ol>

### Задание 5.

Если на пространстве  $C^n$  введено скалярное произведение, то его называют...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) действительным евклидовым пространством;
- 2) рациональным евклидовым пространством;
- 3) **комплексным евклидовым пространством;**
- 4) иррациональным евклидовым пространством.

### Задание 6.

Пусть в конечномерном векторном пространстве  $V$  с невырожденным скалярным умножением дан ортогональный базис  $\bar{e}_i$ , т.е.  $\bar{e}_i \cdot \bar{e}_i = 1$ ,  $i=1, \dots, n$ , то этот ортогональный базис называется...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) параллельным;
- 2) **ортогональным;**
- 3) перпендикулярным;
- 4) сопряженным.

### Задание 7.

Два конечномерных евклидовых пространства изоморфны тогда и только тогда, когда...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) имеют размерности разные;
- 2) одно пространство имеет размерность большую по сравнению со вторым;
- 3) **они имеют одинаковую размерность;**
- 4) одно пространство имеет размерность меньшую по сравнению со вторым.

### Задание 8.

Линейный оператор, заданный ортогональной матрицей, переводит ортонормированный базис линейного пространства...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) в ненормированный;
- 2) **в ортонормированный**
- 3) в ортонормальный;
- 4) в нерегулируемый.

### Задание 9.

Матрица вращения является...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) единичной;
- 2) ортонормированной;

		<p>3) ортогональной; 4) ненормированной.</p> <p><b><u>Задание 10.</u></b> Любая вещественная ортогональная матрица подобна... <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <p>1) <b>блочно-диагональной матрице;</b> 2) диагональной матрице; 3) единичной матрице; 4) блочной матрице.</p>
9.	Поверхности второго порядка ОПК-3.3	<p style="text-align: right;"><b><u>Задание 1.</u></b></p> <p>Билинейной формой называется... <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <p>1) система линейных функций; 2) система квадратичных функций; 3) <b>функция <math>F: L \times L \rightarrow K</math>, линейная по каждому из аргументов;</b> 4) линейная функция.</p> <p><b><u>Задание 2.</u></b> Билинейная форма <math>F</math> называется симметричной, если... <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <p>5) каждому <math>x</math> соответствует <math>y</math>; 6) <math>F(x, y) = F(y, x)</math> <b>для любых векторов;</b> 7) <math>F(x, y) = F(y, x)</math> для 2 векторов; 8) каждому <math>x</math> соответствует 2 значения <math>y</math>;</p> <p><b><u>Задание 3.</u></b> Билинейная форма <math>F</math> называется кососимметричной (антисимметричной), если... <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <p>1) <math>F(x, y) = -F(y, x)</math> <b>для любых векторов <math>x, y \in L</math>;</b> 2) <math>F(x, y) = -F(y, x)</math> только для 2 векторов из всего пространства; 3) каждому <math>x</math> соответствует 2 значения <math>y</math>; 4) каждому <math>x</math> соответствует 1 значение <math>y</math>.</p> <p><b><u>Задание 4.</u></b> Радикалом билинейной формы называется... <i>Выберите 1 правильный ответ</i></p> <p>1) некоторое векторное пространство; 2) некоторое поле; 3) некоторое кольцо; 4) <b>ортогональное дополнение самого пространства относительно</b></p>



**Задание 5.**

Билинейная форма называется невырожденной, если...

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) её ранг меньше 1
- 2) её ранг равен 1
- 3) **её ранг равен**
- 4) её ранг равен

**Задание 6.**

Квадратичная форма — это....

*Выберите 1 правильный ответ*

- 1) это некоторое поле;
- 2) функция на некотором кольце;
- 3) функция на некоторой алгебраической группе;
- 4) **функция на векторном пространстве, задаваемая однородным многочленом второй степени от координат вектора.**

**Задание 7.**

Квадратичная форма называется положительно определённой, если ...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) **для любого  $x \neq 0$  выполнено неравенство**
- 2) для любого  $x \neq 0$  выполнено неравенство
- 3) для любого  $x \neq 0$  выполнено неравенство
- 4) для любого члена  $z=0$

**Задание 8.**

Положительно определённые и отрицательно определённые формы называются...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) знакопеременными;
- 2) знакочередующимися;
- 3) **знакоопределёнными;**
- 4) знакоотрицательными.

**Задание 9.**

Квадратичная форма является положительно определенной, тогда и только тогда, когда...

*Выберите 1 правильный ответ.*

- 1) **все угловые миноры её матрицы строго положительны;**
- 2) все угловые миноры её матрицы строго отрицательны;
- 3) угловые миноры её матрицы меняют знак с положительного на отрицательный;
- 4) угловые миноры её матрицы меняют знак с отрицательного на

положительный.

**Задание 10.**

Дать определение кривой второго порядка.

**5.4. Описание критериев оценивания компетенций и шкалы оценивания**

При промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета и экзаменов используется следующая шкала оценивания: 2 – неудовлетворительно, 3 – удовлетворительно, 4 – хорошо, 5 – отлично.

Критериями оценивания достижений показателей являются:

Наименование показателя оценивания результата обучения по дисциплине	Критерий оценивания
Знания	Знание математических методов решения задач.
	Знание способов решения типовых задач на определители матрицы,
	Знание способов решения типовых задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств.
	Полнота ответов на вопросы Четкость изложения и интерпретации знаний
Умения	Умение обоснованно выбрать нужные для решения той или иной задачи математические методы.
	Умение владеть математическими методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.
	Умение решать различные типы профессиональных задач математическими методами.
Навыки	Владение разными методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств
	Умение владеть математическими методами решения задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств
	Владеть способами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.

Оценка преподавателем выставляется интегрально с учётом всех показателей и критериев оценивания.

Оценка сформированности компетенций по показателю Знания.

Критерий	Уровень освоения и оценка			
	2	3	4	5
Знание математических методов решения задач.	Не знает математических методов решения задач.	Знает математические методы решения задач, но допускает неточности формулировок	Знает математические методы решения задач	Знает математические методы решения задач, может корректно сформулировать их самостоятельно
Знание способов решения типовых задач на	Не знает способов решения типовых задач на	Знает способы решения типовых задач на	Знает способы решения типовых задач на	Знает способы решения типовых задач на

определители матрицы	определители матрицы	определители матрицы, но допускает грубые ошибки	определители матрицы, их интерпретирует и использует	определители матрицы, может самостоятельно их использовать
Знание способов решения типовых задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Не знает способов решения типовых задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Знает только основные способы решения типовых задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств, не усвоил их детали	Знает способы решения типовых задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств в достаточном объеме	Обладает твердым и полным знанием способов решения типовых задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств, владеет дополнительными знаниями
Полнота ответов на вопросы	Не дает ответы на большинство вопросов	Дает неполные ответы на все вопросы	Дает ответы на вопросы, но не все - полные	Дает полные, развернутые ответы на поставленные вопросы
Четкость изложения и интерпретации знаний	Излагает знания без логической последовательности	Излагает знания с нарушениями в логической последовательности	Излагает знания без нарушений в логической последовательности	Излагает знания в логической последовательности, самостоятельно их интерпретируя и анализируя
	Не иллюстрирует изложение поясняющими схемами, рисунками и примерами	Выполняет поясняющие схемы и рисунки небрежно и с ошибками	Выполняет поясняющие рисунки и схемы корректно и понятно	Выполняет поясняющие рисунки и схемы точно и аккуратно, раскрывая полноту усвоенных знаний
	Неверно излагает и интерпретирует знания	Допускает неточности в изложении и интерпретации знаний	Грамотно и по существу излагает знания	Грамотно и точно излагает знания, делает самостоятельные выводы

### Оценка сформированности компетенций по показателю Умения.

Критерий	Уровень освоения и оценка			
	2	3	4	5
Умение обоснованно выбрать нужные для решения той или иной задачи математические методы.	Не умеет обоснованно выбрать нужные для решения той или иной задачи математические методы.	Допускает неточности в обоснованном выборе нужных для решения той или иной задачи математические методы.	Умеет обоснованно выбрать нужные для решения той или иной задачи математические методы.	Безошибочно обоснованно выбирает нужные для решения той или иной задачи математические методы.
Умение владеть математическими методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.	Не умеет показать владение математическими методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.	Математические методы решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств вызывают затруднения	Умеет выбрать нужные математические методы решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.	Умело использует математические методы решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.
Умение решать различные типы	Не умеет решать различные типы	Решение различных типов	Умеет решать различные типы	Умело решает различные типы

профессиональных задач математическими методами.	профессиональных задач математическими методами.	профессиональных задач математическими методами вызывает затруднение	профессиональных задач математическими методами.	профессиональных задач математическими методами.
--	--	--	--	--

### Оценка сформированности компетенций по показателю Навыки.

Критерий	Уровень освоения и оценка			
	2	3	4	5
Владение разными методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Не владеет разными методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Не достаточно хорошо владеет разными методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Не достаточно качественно владеет разными методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Профессионально владеет разными методами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств
Умение владеть математическими методами решения задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Некачественно владеет математическими методами решения задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Не достаточно качественно владеет математическими методами решения задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств	Владение математическими методами решения задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств вызывает некоторые трудности	Качественно владеет математическими методами решения задач на поля, кольца, системы уравнений и неравенств
Владеть способами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.	Не может самостоятельно владеть способами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.	Владеет частично способами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.	При владении способами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств иногда требуется посторонняя помощь	Самостоятельно владеет способами решения задач на определители матрицы, поля, кольца, системы уравнений и неравенств.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 6.1. Материально-техническое обеспечение

№	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	Учебная аудитория для проведения лекционных занятий	Специализированная мебель. Мультимедийная установка, экран, доски
2.	Учебная аудитория для проведения практических занятий	Специализированная мебель. Мультимедийная установка, экран, доски
3.	Читальный зал библиотеки для самостоятельной работы	Специализированная мебель. Компьютерная техника, подключенная к сети интернет и имеющая доступ в электронно-образовательную среду

## 6.2. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Перечень лицензионного программного обеспечения.	Реквизиты подтверждающего документа
1	Microsoft Windows 10 Корпоративная	(Соглашение Microsoft Open Value Subscription V9221014 Соглашение действительно с 01.11.2020 по 31.10.2023). Договор поставки ПО № 128-21 от 30.10.2021.
2	Microsoft Office Professional Plus 2016	(Соглашение Microsoft Open Value Subscription V9221014 Соглашение действительно с 01.11.2020 по 31.10.2023). Договор поставки ПО № 128-21 от 30.10.2021.
3	Kaspersky Endpoint Security «Стандартный Russian Edition»	Сублицензионный договор № 102 от 24.05.2018. Срок действия лицензии до 19.08.2020 Гражданско-правовой Договор (Контракт) № 27782 «Поставка продления права пользования (лицензии) Kaspersky Endpoint Security от 03.06.2020. Срок действия лицензии 19.08.2022г.
4	Среды программирования Free Pascal, Dev C++ или CodeBlocks	Свободно распространяемое ПО согласно условиям лицензионного соглашения

## 6.3. Перечень учебных изданий и учебно-методических материалов

1. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Учебное пособие, 2020. –235 с.
2. Горелов Г.Н., Горлач Б.А., Додонова Н.Л. Высшая математика. Практикум, 2020.– 273 с.
3. Бояршинов М.Г. Вычислительные методы алгебры и анализа.
4. Артамонов, В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций для экономических специальностей / В.А. Артамонов. - М.: Дело АНХ, 2012. - 224 с.
5. Золотаревская, Д.И. Аналитическая геометрия / Д.И. Золотаревская. - М.: КД Либроком, 2016. - 384 с.
6. Кармин, А.С. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и вектор: Учебное пособие / А.С. Кармин. - СПб.: Лань, 2013. - 544 с.
7. Козлов, В.М. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения: Учебное пособие / В.М. Козлов. - СПб.: Лань, 2009. - 320 с.
8. Максимов, Ю.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект: Учебное пособие / Ю.Д. Максимов, В.И. Антонов и др. - М.: Проспект, 2015. - 144 с.
9. Новиков, А.И. Начала линейной алгебры и аналитическая геометрия / А.И. Новиков. - М.: Физматлит, 2015. - 376 с.
10. Кирсанов, М.Н. Алгебра и геометрия. Сб.зад. и реш.с прим.Marple: Учебное пособие / М.Н. Кирсанов, О.С. Кузнецова. - М.: Инфра-М, 2016. - 128 с.
11. Михалев, А.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебное

- пособие / А.А. Михалев. - М.: Академия, 2016. - 240 с.
- 12.Ефимов, А.В. Сборник задач по математике для втузов в 4-х частях. Ч.1  
Линейная алгебра и основы математического анализа.(стереотипное,  
перепечатка с третьего издания 1993г.) / А.В. Ефимов, Б.П. Демидович. -  
М.: Альянс, 2014. - 480 с.
- 13.Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Ч 2. Линейная алгебра / А.И.  
Кострикин. - М.: МЦНМО, 2018. - 367 с.

#### **6.4. Перечень интернет ресурсов, профессиональных баз данных, информационно-справочных систем**

1. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов  
<http://fcior.edu.ru>  
<http://eor.edu.ru>
2. Единая Коллекция цифровых образовательных ресурсов  
<http://school-collection.edu.ru>
3. Сайт Министерства образования и науки РФ  
<http://www.mon.gov.ru>
4. Сайт Рособразования  
<http://www.ed.gov.ru>
5. Федеральный портал «Российское образование»  
<http://www.edu.ru>
6. Российский общеобразовательный портал  
<http://www.school.edu.ru>

## 7. УТВЕРЖДЕНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа утверждена на 20\_\_\_\_ /20\_\_\_\_ учебный год  
без изменений / с изменениями, дополнениями

Протокол № \_\_\_\_\_ заседания кафедры от «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
подпись, ФИО

Директор института \_\_\_\_\_  
подпись, ФИО