МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г.ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

УТВЕРЖДАЮ
Директор института энергетики, информационных технологий и управляющих систем
_______ Белоусов А.В.
«20» июня 2021 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
дисциплины

Вычислительная математика

направление подготовки:

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Специализация программы:

Безопасность открытых информационных систем

Квалификация

Специалист по защите информации

Форма обучения

очная

Институт энергетики, информационных технологий и управляющих систем

Кафедра Программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

Белгород 2021

Рабочая программа составлена на основании требований:

- Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – специалитет по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем, утвержденного приказом Минобрнауки России от 26.11.2020 №1457
- учебного плана, утвержденного ученым советом БГТУ им. В.Г. Шухова в 2021 году.

Составитель: ______________________ (Бондаренко Т.В.)
(ученая степень и звание, подпись) (инициалы, фамилия)

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

«14» 05 2021 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой: к.т.н., доцент ______________________ (Поляков В.М.)
(ученая степень и звание, подпись) (инициалы, фамилия)

Рабочая программа согласована с выпускающей кафедрой программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем
(наименование кафедры/кафедр)

Заведующий кафедрой: к.т.н., доцент ______________________ (Поляков В.М.)
(ученая степень и звание, подпись) (инициалы, фамилия)

«14» 05 2021 г.

Рабочая программа одобрена методической комиссией института

«20» 05 2021 г., протокол № 9

Председатель к.т.н., доцент ______________________ (Семернин А.Н.)
(ученая степень и звание, подпись) (инициалы, фамилия)

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Категория (группа) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Наименование показателя оценивания результата обучения по дисциплине
Общепрофессиональные компетенции	ОПК-3. Способен использовать математические методы необходимые для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Осуществляет обоснованный выбор математических методов для решения типовых задач.	Знает: основные определения, понятия, особенности вычислительной математики; теоретические основы численных методов приближенного решения вычислительных задач. Умеет выбирать необходимые для решения задачи численные методы, определять и проверять начальные условия решения задачи. Владеет: навыками обоснованного выбора методов решения задачи, начальных условий и ограничений
		ОПК-3.2 Решает типовые задачи математическими методами.	Знает: типовые подходы к точному решению математических задач и соответствующие им численные методы, понятие погрешности и приближенного решения. Умеет: реализовывать вычислительные алгоритмы численных методов для решения вычислительных задач с заданной точностью с учетом ограничений. Владеет: навыками реализации приложений, выполняющих численное решение задач, на языке программирования высокого уровня

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1. Компетенция ОПК-3. Способен использовать математические методы необходимые для решения задач профессиональной деятельности

Данная компетенция формируется следующими дисциплинами.

Стадия	Наименования дисциплины
1.	Математический анализ
2.	Алгебра и геометрия
3.	Дискретная математика
4.	Теория вероятностей и математическая статистика
5.	Математическая логика и теория алгоритмов
6.	Вычислительная математика
7.	Исследование операций
8.	Теория информации
9.	Математика криптографии
10.	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зач. единиц, 144 часа.

Форма промежуточной аттестации: *дифференцированный* зачет

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр № 4
Общая трудоемкость дисциплины, час	144	144
Контактная работа (аудиторные занятия), в т.ч.:	71	71
лекции	34	34
лабораторные	34	34
практические	—	—
групповые консультации в период теоретического обучения и промежуточной аттестации	3	3
контроль самостоятельной работы	-	-
Самостоятельная работа студентов, включая индивидуальные и групповые консультации, в том числе:	73	73
Курсовой проект	—	—
Курсовая работа	—	—
Расчетно-графическое задания	—	—
Индивидуальное домашнее задание	18	18
Самостоятельная работа на подготовку к аудиторным занятиям (лекции, практические занятия, лабораторные занятия)	55	55
Форма промежуточная аттестация (дифференцированный зачет)	-	-

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Наименование тем, их содержание и объем

Курс 2 Семестр 4

№ п/п	Наименование раздела (краткое содержание)	Объем на тематический раздел по видам учебной нагрузки, час			
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
1.	Метод Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)				
	Прямой и обратный ход метода Гаусса. Схема единственного деления: условия реализации, алгоритм. Схема с выбором максимального по модулю элемента: условия применения, алгоритм реализации. Применение метода Гаусса: вычисление определителя матрицы, вычисление матрицы обратной к данной матрице. Решения СЛАУ с произвольным числом правых частей и одной и той же матрицей коэффициентов при неизвестных за одну реализацию метода Гаусса.	2	—	2	3
2.	Интерполирование функций				
	Понятие интерполяции. Понятие интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Понятие и свойства разделенных и конечных разностей. Интерполяционный многочлен Ньютона. Относительная и абсолютная погрешность вычисления.	2	—	2	3
3.	Численное интегрирование				
	Постановка задачи. Квадратурная формула: понятие и свойства. Формула центральных прямоугольников. Формула трапеций. Формула парабол (Симпсона). Погрешность интегрирования. Принцип Рунге для оценки погрешности. Квадратурная формула Гаусса.	4	—	2	3
4.	Численное дифференцирование				
	Постановка задачи. Двух- трех- четырехточечные формулы производной функции.	2	—		1
5.	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ)				
	Понятие дифференциального уравнения (ДУ), решения ДУ, начальных условий, интегральной кривой. Постановка задачи Коши. Метод последовательного дифференцирования для приближенного решения задачи Коши. Численные методы решения задачи Коши: метод Эйлера, метод Эйлера-Коши, модифицированный метод Эйлера, метод Рунге-Кутты. Численное решение нормальных систем дифференциальных уравнений.	4	—	2	4
6.	Одномерная минимизация функций				

	Постановка задачи. Понятие локального и глобального минимума функции. Понятие унимодальности функции, нахождение отрезков унимодальности функции. Методы минимизации функции: оптимальный пассивный поиск, метод деления отрезка пополам, метод чисел Фибоначчи, метод золотого сечения.	3	—	4	10
7.	Многомерная минимизация функций				
	Постановка задачи. Понятие локального и глобального минимума функции. Понятие градиента функции. Минимизация функции многих переменных методом градиента с дроблением шага. Метод наискорейшего спуска.	3	—	4	4
8.	Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона				
	Постановка задачи. Выбор начального приближения к решению системы. Линеаризация системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными.	1	—	2	3
9.	Решения нелинейных уравнений с одним неизвестным				
	Понятие корня уравнения. Локализация корня. Теоремы существования и единственности корня. Метод хорд: условия применимости, неподвижная и подвижная точки, алгоритм. Метод касательных: условия применимости, неподвижная и подвижная точки, алгоритм. Комбинированный метод: условие применения, алгоритм.	4	—	4	10
10.	Метод итераций для решения СЛАУ				
	Норма вектора и норма матрицы. Первая норма, вторая норма, бесконечная норма матрицы и вектора: понятие и вычисление. Метод простой итерации: алгоритм, условие сходимости, правило остановки. Оценка погрешности решения	3	—	4	5
11.	Собственные числа и собственные векторы матрицы				
	Понятие собственного числа и собственного вектора матрицы. Степенной метод приближенного вычисления: алгоритм. Степенной метод со сдвигами.	3	—	4	4
12.	Аппроксимация данных				
	Постановка задачи. Метод наименьших квадратов: алгоритм. Оценка качества аппроксимации.	3	—	4	5
	ВСЕГО	34		34	55

4.2. Содержание практических (семинарских) занятий

Не предусмотрено учебным планом

4.3. Содержание лабораторных занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тема лабораторного занятия	К-во часов	К-во часов СРС
семестр № 4				
1	Метод Гаусса для решения СЛАУ	Метод Гаусса решения СЛАУ.	2	2
2	Интерполирование функций	Интерполяция функций	2	2
3	Численное интегрирование	Численное интегрирование.	2	2
4	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ)	Численные методы решения задачи Коши	2	2
5	Одномерная минимизация функции	Одномерная минимизация функций	4	4
6	Многомерная минимизация функций	Минимизация функции многих переменных методом градиента с дроблением шага	4	4
7	Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона	Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона	2	2
8	Решения нелинейных уравнений с одним неизвестным	Комбинированный метод решения нелинейных уравнений	4	4
9	Методом итераций для решения СЛАУ	Решение систем линейных уравнений методом итераций	4	4
10	Собственные числа и собственные векторы матрицы	Вычисление собственных чисел и собственных векторов матрицы	4	4
11	Аппроксимация данных	Метод наименьших квадратов	4	4
		ИТОГО:	34	34
			ВСЕГО:	68

4.4. Содержание курсового проекта/работы

Не предусмотрено учебным планом

4.5. Содержание расчетно-графического задания, индивидуальных домашних заданий

Индивидуальное домашнее задание

Учебным планом предусмотрены 2 ИДЗ.

На выполнение ИДЗ предусмотрено 9 часов самостоятельной работы студента.

ИДЗ №1. Минимизация функции одной переменной.

Цель: изучить «метод золотого сечения» для нахождения приближенного решения задачи одномерной минимизации функции и получить практические навыки его применения.

Задания к работе: найти область определения функции, определить промежутки унимодальности функции; найти приближенное решение задачи одномерной минимизации $f(x) \to \min$ с заданной точностью.

ИДЗ №2. Решение нелинейных уравнений: метод хорд и метод касательных.

Цель: изучить и получить практические навыки решения нелинейных уравнений с использование метода хорд и метода касательных.

Задания к работе: определить корни уравнения графически и аналитически; определить отрезок локализации корня; обосновать выбор неподвижной точки метода хорд и начального приближения каждого метода; вычислить корень уравнения с заданной точностью методом хорд и методом касательных; сравнить результаты двух методов.

Критерии оценки: для сдачи ИДЗ студенту необходимо представить в печатной (рукописной) форме отчет по ИДЗ. Защита проводиться в форме устного опроса студента и направлена на проверку степени усвоения материала и понимания теоретических сведений, используемых в процессе выполнения работы.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5.1. Реализация компетенций

1. Компетенция ОПК-3. Способен использовать математические методы необходимые для решения задач профессиональной деятельности

Наименование индикатора достижения компетенции	Используемые средства оценивания
ОПК-3.1 Осуществляет обоснованный выбор математических методов для решения типовых задач.	защита лабораторной работы, защита ИДЗ, диф. зачет
ОПК-3.2 Решает типовые задачи математическими методами.	защита ИДЗ, защита лабораторной работы, диф. зачет

5.2. Типовые контрольные задания для промежуточной аттестации

5.2.1. Перечень контрольных вопросов (типовых заданий) для дифференцированного зачета

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание вопросов (типовых заданий)
1	Метод Гаусса для решения СЛАУ (ОПК-3)	Идея метода Гаусса. Описание прямого хода метода Гаусса. Алгоритм прямого хода. Условие реализуемости прямого хода. Обратный ход метода Гаусса. Алгоритм обратного хода. Сравнение схемы единственного деления и схемы частичного выбора. Вычисление определителя матрицы методом Гаусса. Вычисление методом Гаусса решения системы с любым числом столбцов свободных членов. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
2	Интерполирование функций (ОПК-3)	Постановка задачи приближения функций. Источники такой задачи. Задача интерполяции. Интерполяция в некотором классе функций. Узлы интерполяций. Полиномиальная интерполяция. Условие существования и единственности решения задачи интерполяции обобщенным многочленом. Определение и свойства конечных разностей. Интерполяционный многочлен Ньютона с конечными разностями для интерполирования: вперед; назад. Определение и свойства разделенных разностей. Интерполяционный многочлен Ньютона с разделенными разностями. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности интерполяционного многочлена.
3	Численное интегрирование (ОПК-3)	Постановка задачи численного интегрирования. Квадратурная формула: определение, узлы, веса и погрешность. Формула центральных прямоугольников: геометрическое обоснование и погрешность. Формула трапеций: геометрическое обоснование и погрешность. Формула Симпсона (парабол): обоснование и погрешность.

		Правило Рунге оценки погрешности квадратурной формулы, достижение заданной точности. Формула Гаусса: постановка задачи; вывод системы уравнений для узлов и весов на отрезке интегрирования [-1; 1]; переход к любому отрезку интегрирования [a, b].
4	Численное дифференцирование (ОПК-3)	Постановка задачи численного дифференцирования. Приближенное вычисление производных с помощью интерполяционных многочленов (случай равномерной и неравномерной сетки) Приближенные значения производных в узловых точках.
5	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ) (ОПК-3)	Определение задачи Коши для ДУ. Классификация методов приближенного решения задачи Коши. Метод последовательного дифференцирования. Метод Эйлера: геометрический смысл, погрешность. Методы второго порядка. Метод Эйлера-Коши; модифицированный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Правило Рунге оценки погрешности численного решения задачи Коши. Приближенное решение нормальных систем ДУ.
6	Одномерная минимизация функций (ОПК-3)	Постановка задачи одномерной минимизации функции. Понятие локального и глобального минимума функции. Определение и достаточные условия локального минимума. Этапы решения задачи минимизации функции на отрезке. Определение и достаточное условие унимодальности функции на отрезке. Определение деления отрезка в «золотом сечении». Методы минимизации функции: оптимальный пассивный поиск, метод деления отрезка пополам, метод чисел Фибоначчи, метод «золотого сечения». Алгоритм метода золотого сечения. Правило остановки. Нахождение глобального минимума функции.
7	Многомерная минимизация функций (ОПК-3)	Постановка задачи многомерной минимизации. Необходимое и достаточное условие точки локального минимума. Характеристика методов спуска. Метод градиента с дроблением шага. Алгоритм метода и правило остановки. Метод наискорейшего спуска.
8	Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона (ОПК-3)	Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона. Выбор начального приближения к решению системы. Линеаризация системы. Графический смысл решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными
9	Решения нелинейных уравнений с одним неизвестным (ОПК-3)	Определения: корня уравнения, приближенного значения корня уравнения. Методы отделения корней. Геометрическая иллюстрация метода хорд. Признак неподвижной точки. Алгоритм метода хорд. Вывод вычислительных формул. Метод Ньютона (касательных). Геометрическая иллюстрация метода. Вычислительная формула. Выбор

		начального приближения. Условия применимости комбинированного метода. Алгоритм комбинированного метода. Правило остановки.
10	Методом итераций для решения СЛАУ (ОПК-3)	Определение нормы вектора в n-мерном векторном пространстве, p-норма; случаи p = 1, 2, ∞. Определение нормы матрицы, подчиненной данной норме вектора. Примеры норм. Форма системы линейных уравнений, необходимая для применения метода итераций. Идея метода. Алгоритм метода итераций. Правило остановки. Априорная и апостериорная оценка сходимости метода итераций. Переход от данной системы к системе, решаемой методом итераций.
11	Собственные числа и собственные векторы матрицы (ОПК-3)	Определение собственного числа и соответствующего ему собственного вектора матрицы A. Степенной метод: условие применимости, алгоритм, правило остановки. Вычисление следующего по модулю собственного числа.
12	Аппроксимация данных (ОПК-3)	Постановка задачи аппроксимации. Аппроксимация данных методом наименьших квадратов с помощью обобщенного многочлена. Погрешность аппроксимаций.

Типовые задачи к дифференцированному зачету (ОПК-3)

1. Решите систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x+2y+z=4, \\ 3x-5y+3z=1, \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$$

2. Методом Гаусса вычислить определитель матрицы A:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Методом Гаусса вычислить матрицу обратную к матрице A.
4. Найти приближенное значение функции $y(x)=ln(x)$, используя интерполяционный многочлен Лагранжа, при $x = a = 1{,}23$.
5. Найти приближенное значение функции $y(x)=ln(x)$, используя интерполяционный многочлен Ньютона при $x = a = 1{,}23$.
6. Найти приближенное значение определенного интеграла по формуле метода центральных прямоугольников/трапеций/парабол:

$$\int_{-2}^{1}(6x^2-2x+3)dx$$

7. Найти приближенное значение определенного интеграла по формуле Гаусса:

$$\int_{3}^{5}(2^x+\ln x)dx$$

8. Найти численное решение задачи Коши методом Эйлера/Эйлера-Коши/модифицированным методом Эйлера/Рунге-Кутта:

$$y'-\frac{3y}{x}=x^3+x, \quad y\big|_{x=1}=3, \quad 1\le x\le 2$$

9. Найти приближенное решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона:

$$\begin{cases} \sin x + 2y = 2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

10. Найти приближенное значение минимума функции:

$$y = \left(4x^2 - 9\right)\left(x^2 + 1\right)$$

1. По таблице значений функции выполнить построение интерполяционного многочлена Лагранжа/Ньютона и определите приближенное значение функции в точке x=0,25.

i	0	1	2	3
x_i	0,1	0,2	0,3	0,4
y_i	4,8	3,6	3,2	2,8

2. С помощью метода Гаусса вычислить определитель матрицы A:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Выполните один шаг метода градиента с дроблением шага для поиска приближенного значения минимума функции: $f(\vec{x}) = f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 + x_1 + x_2$

В качестве начального приближения использовать точку: $\vec{x}^{(0)} = (0{,}0)$. Сравните значения функции в точках $\vec{x}^{(0)}$ и $\vec{x}^{(1)}$.

4. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 7 \\ 5x_1 + x_2 - 7x_3 = -1 \\ 4x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases}$$

5. Используя метод Гаусса, найдите обратную матрицу к матрице A или докажите, что она не существует:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Решите методом итераций систему уравнений с точностью $\varepsilon=0{,}01$

$$\begin{cases} 3.8x_1 + 6.7x_2 - 1.2x_3 = 5.2 \\ 6.4x_1 + 1.3x_2 - 2.7x_3 = 3.8 \\ 2.4x_1 - 4.5x_2 + 3.5x_3 = -0.6 \end{cases}$$

7. Используя метод хорд/касательных/комбинированный, найдите второе приближение к точному значению корня уравнения

$$x^3 - 2.5x^2 - x + 2 = 0.$$

Выполнить поиск отрезка локализации корня графически и доказать для него выполнение условий применимости метода касательных

8. Методом последовательного дифференцирования найдите первые 3 члена разложения в ряд решения задачи Коши:

$$\begin{cases} y' = \sin x + y^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

9. Используя метод «золотого сечения», найдите с точностью ε=0,25 приближенное значение минимума функции $f(x)$ и значение функции в точке минимума:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 - 8x + 12$$

10. Методом Ньютона с точностью ε=0,01 найдите одно из решений системы уравнений:

$$\begin{cases} y(x-1)-1=0 \\ x^2-y^2-1=0 \end{cases}$$

11. Вычислите по формуле центральных прямоугольников/трапеций/Симпсона при n=6 интеграл:

$$\int_0^1 \frac{x^3+4x+2}{x}dx.$$

12. Найдите численное решение задачи Коши методом Рунге-Кутты

$$\begin{cases} y' = \dfrac{2}{x}y + x \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

с шагом h=0,1, на отрезке [1; 1,2].

5.2.2. Перечень контрольных материалов для защиты курсового проекта/ курсовой работы

Не предусмотрено учебным планом.

5.3. Типовые контрольные задания (материалы) для текущего контроля в семестре

Текущий контроль осуществляется в течение семестра в форме выполнения и защиты лабораторных работ, выполнения и защиты индивидуального домашнего задания.

В методических указаниях по выполнению лабораторных работ представлен перечень лабораторных работ, обозначены цель и задачи, необходимые теоретические и методические указания работе, рассмотрены практические примеры, представлены индивидуальные варианты заданий и перечень контрольных вопросов.

Защита лабораторной работы проводиться в форме устного опроса студента и направлена на проверку степени усвоения материала и понимания теоретических сведений, используемых в процессе выполнения работы; для защиты необходимо представить в печатной (рукописной) форме отчет по лабораторной работе, выполненный самостоятельно и в соответствии со всеми требованиями, приведёнными в методических указаниях к выполнению лабораторных работ. Примерные перечень контрольных вопросов для защиты лабораторных работ приведен в таблице:

Тематика лабораторной работы	Контрольные вопросы
Лабораторная работа № 1. Метод Гаусса для решения СЛАУ (ОПК-3)	Определение матрицы. Правила выполнения действий над матрицами. Определение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Определение решения СЛАУ. Форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Случаи, когда СЛАУ имеет единственное решения, не имеет решения, имеет бесконечное множество решений. Этапы схемы единственного деления метода Гаусса. Описание первого шага прямого хода метода Гаусса. Условие его выполнимости. Описание обратного хода метода Гаусса. Недостатки схемы единственного деления метода Гаусса. . Вычисление определителя матрицы по методу Гаусса.

	. Решение методом Гаусса систем линейных уравнений с общей матрицей коэффициентов при неизвестных и произвольным числом столбцах свободных членов. . Понятие обратной матрицы. Связь между матрицей и обратной к ней матрицей. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
Лабораторная работа № 2. Интерполирование функций (ОПК-3)	Понятие интерполяционного многочлена и его свойства. Форма записи интерполяционного многочлена степени n. Интерполяционный многочлен Лагранжа: понятие, форма записи. Определение разделенных разностей: первого, второго, k-го порядка. Определение конечных разностей: первого, второго, k-го порядка. Интерполяционный многочлен Ньютона: интерполирование вперед, интерполирование назад. Увеличение числа узлов интерполяционной сетки. Свойства конечных и разделенных разностей. Погрешность интерполяционного многочлена. . Принцип Рунге для оценки погрешности вычислений.
Лабораторная работа № 3. Численное интегрирование (ОПК-3)	Определение интеграла. Неопределенный интеграл. Постановка задачи численного интегрирования. Понятие и геометрический смысл определенного интеграла. Формула центральных прямоугольников. Геометрическое обоснование. Формула трапеций. Геометрическое обоснование. Формула парабол. Геометрическое обоснование. Квадратурная формула Гаусса. Погрешность квадратурной формулы.
Лабораторная работа № 4. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ) (ОПК-3)	Определение дифференциального уравнения (ДУ). Порядок ДУ. Определение решения ДУ. Постановка задачи Коши. Решение задачи Коши. Понятие аналитического метода приближенного решения задачи Коши. Понятие численного метода приближенного решения задачи Коши. Метод последовательного дифференцирования. Геометрический смысл метода Эйлера. Методы второго порядка точности: формулы вычисления. Метод Рунге-Кутты: формулы вычисления. . Относительная и абсолютная погрешность. . Применение принципа Рунге для достижения заданной точности.
Лабораторная работа № 5. Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона (ОПК-3)	Определение системы уравнений. Определение решения системы уравнений. Понятие СЛАУ. Условие единственности решения СЛАУ. Корень системы уравнений: графическая интерпретация. Понятие частной производной функции нескольких переменных и ее вычисление. Ряд Тейлора: понятие, вычислительные формулы. Линеаризация системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными. Правила Крамера для решения системы линейных уравнений. Выбор начального приближения к точному решению системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона. . Правило остановки для решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона.
Лабораторная работа № 6. Одномерная минимизация функции (ОПК-3)	Постановка задачи одномерной минимизации. Понятие локального и глобального минимума функции $y = f(x)$. Понятие локального и глобального максимума функции $y = f(x)$. Понятие унимодальности функции на отрезке. Теорема об уменьшении отрезка локализации точки минимума функции. Локализация минимума функции с помощью ее графика. Метод оптимального поиска: понятие, вычислительные формулы. Метод, основанный на использовании чисел Фибоначчи: понятие, вычислительные формулы. Метод деления отрезка пополам: понятие, вычислительные формулы.

	. Метод «золотого сечения»: понятие, вычислительные формулы
Лабораторная работа № 7. Минимизация функции многих переменных методом градиента с дроблением шага (ОПК-3)	Определение точки локального минимума функции m переменных. Определение точки глобального минимума функции m переменных. Понятие окрестности точки в m-мерном пространстве. Понятие поверхности уровня для целевой функции. Определение градиента функции m переменных Условие локального минимума функции m переменных. Метод градиента с дроблением шага: параметры, формула вычисления приближенного значения минимума функции, правило остановки.
Лабораторная работа № 8. Комбинированный метод решения нелинейных уравнений (ОПК-3)	Понятие решения уравнения с одним неизвестным. Кратность корня уравнения. Простые и кратные корни. Схема исследование функции. Построение графика функции. Поиск решения уравнения с одним неизвестным графическим методом. Метод хорд: условия, алгоритм, графическая интерпретация. Метод касательных: условия, алгоритм, графическая интерпретация. Комбинированный метод: условия, алгоритм, графическая интерпретация.
Лабораторная работа № 9. Решение систем линейных уравнений методом итераций (ОПК-3)	Матрица и вектор: понятие, основные действия. Решение системы уравнений: точное и приближенное. Понятие нормы вектора и нормы матрицы. Вычисление первой и бесконечной нормы вектора и нормы матрицы. Понятие диагонального преобладания. Метод итераций: понятие, алгоритм метода. Оценка предполагаемого числа итераций.
Лабораторная работа № 10. Вычисление собственных чисел и собственных векторов матрицы (ОПК-3)	Понятие матрицы. Действия с матрицами. Понятие собственного числа матрицы. Понятие собственного вектора матрицы. Понятие и вычисление нормы вектора. Степенной метод: вычислительные формулы и алгоритм. Степенной метод со сдвигами: вычислительные формулы и алгоритм.
Лабораторная работа № 11. Аппроксимация данных Метод наименьших квадратов (ОПК-3)	Постановка задачи аппроксимации данных. Постановка задачи интерполяции. Отличие интерполяции и аппроксимации функции. Графическая иллюстрация интерполирующей и аппроксимирующей функций. Получение вычислительных формул метода наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов: алгоритм.

Примерный перечень тестовых заданий для защиты лабораторных работ приведен в таблице:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание вопросов (типовых заданий)
1	Метод Гаусса для решения СЛАУ	Задание 1. Матрица, имеющая равное количество строк и столбцов называется 1) прямоугольная 2) треугольная 3) квадратная Задание 2. Сколько решений имеет система двух линейных уравнений с двумя неизвестными, если главный определитель системы не равен нулю 1) одно решение 2) бесконечное множество решений 3) ни одного решения

		<u>Задание 3.</u> Метод Гаусса может быть использован для нахождения *Выберите несколько вариантов ответа* 1) определителя матрицы 2) обратной матрицы 3) решения системы линейных алгебраических уравнений 4) точки минимума функции 5) приближенного значения определенного интеграла <u>Задание 4.</u> Какое решение, пару (x, y), имеет система линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 8, \\ x + 4y = 6. \end{cases}$ 1) (2, 1) 2) (2, 2) 3) (1, 2) <u>Задание 5.</u> Чему равен главный определитель системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 8, \\ x + 4y = 6. \end{cases}$ 1) 14 2) 12 3) 10 <u>Задание 6.</u> Какой вид примет система линейных алгебраических уравнений после выполнения прямого хода метода Гаусса по схеме единственного деления (в качестве ведущего элемента шага выбирается максимальный по модулю элемент столбца): $\begin{cases} 3x + 2y - z = 12, \\ 2x + y - 2z = 6, \\ x - y + z = 2. \end{cases}$ 1) $\begin{cases} 3x + 2y - z = 12, \\ -\frac{5}{3}y + \frac{4}{3}z = -2, \\ -\frac{24}{15}z = -\frac{8}{5}. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x + 2y - z = 12, \\ \frac{5}{3}y - \frac{4}{3}z = 2, \\ \frac{12}{15}z = -\frac{9}{5}. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x + 2y - z = 12, \\ -2y + 4z = 6, \\ -\frac{1}{5}z = \frac{7}{3}. \end{cases}$ <u>Задание 7.</u> Последовательное исключение неизвестных в уравнениях системы линейных алгебраических уравнений с получением верхнетреугольной матрицы коэффициентов при неизвестных называется 1) метод Крамера 2) прямой ход метода Гаусса 3) обратный ход метода Гаусса <u>Задание 8.</u> А – матрица коэффициентов при неизвестных. Х – матрицы неизвестных. В - матрица свободных членов.

Для получения расширенной матрицы метода Гаусса необходимо

1) к матрице A добавить еще 1 столбец равный матрице B

2) к матрице A добавить еще 1 столбец равный матрице X

3) к матрице A добавить еще 2 столбца, равных матрице B и матрице X

Задание 9.

Процесс последовательного нахождения неизвестных переменных при движении от последнего уравнения системы к первому называется

1) комбинированный метод

2) прямой ход метода Гаусса

3) обратный ход метода Гаусса

Задание 10.

Пусть $a_{11} \neq 0$ – ведущий элемент первого шага прямого хода метода Гаусса. Исключим неизвестную переменную x_1 из всех уравнений системы, начиная со второго. Для этого

1) заменим каждый множитель при неизвестном x_1 на значение 0

2) ко второму уравнению системы прибавим первое уравнение, умноженное на ($-a_{21}/a_{11}$) к третьему уравнению прибавим первое уравнение, умноженное на ($-a_{31}/a_{11}$) и т.д.

3) ко второму уравнению системы прибавим первое уравнение, умноженное на (-2) к третьему уравнению прибавим первое уравнение, умноженное на (-3) и т.д.

Задание 11.

Процесс последовательного нахождения неизвестных переменных при движении от последнего уравнения системы к первому называется

1) комбинированный метод

2) прямой ход метода Гаусса

3) обратный ход метода Гаусса

Задание 12.

При использовании метода Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений необходимо избегать приближенных вычислений, так как это может привести к неверному результату. Для этого необходимо

1) использовать обыкновенные дроби вместо десятичных дробей

2) округлять десятичные дроби

3) округлять десятичные дроби до целых

Задание 13.

При выполнении прямого хода метода Гаусса одно из уравнений системы может принять вид $0 = \lambda$, где λ - некоторое число, отличное от нуля. Это говорит о том, что

1) система линейных алгебраических уравнений имеет единственное решение

2) система линейных алгебраических уравнений имеет бесконечное множество решений

3) система линейных алгебраических уравнений не имеет решения

Задание 14.

После применения прямого хода метода Гаусса матрица A приняла вид (было выполнено 2 обмена строк матрицы)

		$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$ Чему равен определитель матрицы А 1) 24 2) 9 3) -24 Задание 15. Матрица A^{-1} является обратной матрицей матрицы A, если 1) $A^{-1} - A = E$ 2) $A^{-1} \cdot A = E$ 3) $A^{-1} + A = E$ E – единичная матрица.
2	Интерполирование функций	Задание 1. Пусть известно (n+1) попарно различных точек x_0, x_1,..., x_n, для каждой из которых известно значение функции $y = f(x)$, то есть известны числа $y_i = f(x_i)$, $i = 0,...,n$. Числа x_i называют 1) интерполяционным многочленом 2) двоичным вектором 3) узлами интерполяции Задание 2. Интерполяционная сетка является равномерной с шагом h, h>0, если 1) $x_i = x_0 + ih,\ i = 0,\ 1,\ \dots,\ n$ 2) $x_i \neq x_0 + ih,\ i = 0,\ 1,\ \dots,\ n$ 3) $x_i = x_{i-1} = \dots = x_0$ Задание 3. $y = f(x)$ – анализируемая функция. x_0, x_1, ..., x_n – узлы интерполяционной сетки. Задача интерполяции состоит в поиске такой функции g(x), что 1) $f(x) \approx g(x)$, *где* $x_0 \leq x \leq x_n$ *2)* $f(x) \approx g(x)$ *и* $y_i = f(x_i) = g(x_i)$, *где* $x_0 \leq x \leq x_n$ 3) $f(x) \approx g(x)$ *и* $f(x_i) \approx g(x_i)$, *где* $x_0 \leq x \leq x_n$ Задание 4. Интерполяционный многочлен Лагранжа имеет вид: $$L_n(x) = \sum_{j=0}^{n} y_j l_j^{(n)}(x),$$ вспомогательный многочлен Лагранжа степени n вычисляется по формуле 1) $l_j^{(n)}(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{j-1})(x-x_{j+1})\dots(x-x_n)}{(x_j-x_0)(x_j-x_1)\dots(x_j-x_{j-j})(x_j-x_{j+1})\dots(x_j-x_n)}$ 2) $l_j^{(n)}(x) = \frac{(x-x_0)+(x-x_1)+\dots+(x-x_{j-1})+(x-x_{j+1})+\dots+(x-x_n)}{(x_j-x_0)+(x_j-x_1)+\dots+(x_j-x_{j-j})+(x_j-x_{j+1})++(x_j-x_n)}$ 3) $l_j^{(n)}(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_n)}{(x_j-x_0)(x_j-x_1)(x_j-x_n)}$ Задание 5. $y = f(x)$ – анализируемая функция. x_0, x_1, ..., x_n – узлы интерполяционной сетки. Пусть необходимо найти приближенное значение функции $y = f(x)$ в точке $x = a$ с помощью многочлена Лагранжа. Тогда в качестве значений x_0, x_1, … x_k для многочлена Лагранжа необходимо выбрать узлы интерполяционной сетки 1) произвольные *2) расположенные вокруг точки* $x = a$

		3) наиболее удаленные от точки $x = a$

Задание 6

$y = f(x)$ – анализируемая функция. x_0, x_1, …, x_n – узлы интерполяционной сетки. Разделенными разностями k-го порядка называются числа

1) $y(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}) = \frac{y(x_1,\dots,x_k) - y(x_1,\dots,x_{k-1})}{x_i - x_0}$, $i = 0,1, \dots n-k$
2) $y(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}) = \frac{y(x_{i+1},\dots,x_{i+k}) - y(x_i,\dots,x_{i+k-1})}{2}$, $i = 0,1, \dots n-k$
3) $y(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}) = \frac{y(x_{i+1},\dots,x_{i+k}) - y(x_i,\dots,x_{i+k-1})}{x_{i+k} - x_i}$, $i = 0,1, \dots n-k$

Задание 7.

Метод разделенных разностей применяется для случая
1) неравномерной сетки интерполяции
2) только для равномерной сетки интерполяции
3) только для интерполяционной сетки с шагом 2

Задание 8.

Метод конечных разностей применяется для случая
1) неравномерной сетки интерполяции
2) равномерной сетки интерполяции
3) только для интерполяционной сетки с шагом 2

Задание 9.

Известна таблица значений функции $y = f(x)$.

i	x_i	y_i	$y(x_i, x_{i+1})$
0	-2	-25	?
1	0	3	?
2	1	8	?
3	2	23	

Найдите разделенные разности первого порядка
1) 14, 5, 15
2) 28, 5, -15
3) -14, -5, 15

Задание 10.

Известна таблица значений функции $y = f(x)$.

i	x_i	y_i
0	-2	-25
1	0	3
2	1	8
3	2	23

Найдите приближенное значение функции $y = f(x)$ в точке $x = 1{,}5$ методом разделенных разностей.
1) 12,9
2) 13,5
3) 14,25

Задание 11.

Известна таблица значений функции $y = f(x)$.

i	x_i	y_i	Δy
0	-2	-25	?
1	-1	4	?
2	0	3	?
3	1	28	

Найдите конечные разности первого порядка

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>1) -29, 1, -5
2) 14, 1, -7
3) 29, -1, 5
Задание 12.
Известна таблица значений функции y = f(x).
<table>
<tr><td>i</td><td>x_i</td><td>y_i</td></tr>
<tr><td>0</td><td>-2</td><td>-25</td></tr>
<tr><td>1</td><td>-1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>28</td></tr>
</table>
Найдите приближенное значение функции y = f(x) в точке x = 1,5 методом конечных разностей.
1) 29
2) 24
3) 25
Задание 13.
Сколько интерполяционных многочленов степени n, соответствующих функции y = f(x), можно построить по одной и той же таблицы значений функции
1) 1
2) 2
3) n
Задание 14.
Модуль разности точного и приближенного значения функции в точке $x = a$ называется
1) ошибка вычисления
2) округление
3) абсолютная погрешность
Задание 15.
Известна таблица значений функции y = f(x).
<table>
<tr><td>i</td><td>x_i</td><td>y_i</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>9</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>16</td></tr>
</table>
Необходимо построить интерполяционный многочлен Лагранжа степени 1. Значение функции в точке x = 2,5 приближенно равно
1) 6
2) 6,4
3) 6,5</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>Численное интегрирование</td>
<td>Задание 1.
Определенный интеграл — это число, значение которого вычисляется по формуле Ньютона - Лейбница
1) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
2) $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$
3) $\int_a^b f(x)dx = F(b)$
F(x) – первообразная функции f(x).
Задание 2.
Геометрический смысл определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$
1) определенный интеграл — это число, равное площади квадрата со стороной a
2) определенный интеграл — это число, равное площади</td>
</tr>
</table>

		прямоугольника со сторонами a и b 3) определенный интеграл — это число, равное площади криволинейной трапеции <u>Задание 3.</u> Фигура, ограниченная сверху графиком положительной на отрезке $[a; b]$ функции $y = f(x)$, слева прямой $x = a$, справа прямой $x = b$, и снизу осью ОХ называется 1) икосаэдр *2) криволинейная трапеция* 3) ступенчатая фигура <u>Задание 4.</u> $\int_a^b f(x)dx$ – определенный интеграл. На отрезке $[a; b]$ задана равномерная сетка с шагом h ($h=(b-a)/n$. $x_i = x_0+ih$.). Квадратурная формула центральных прямоугольников имеет вид 1) $\int_a^b f(x)dx \approx h\left(\frac{y_0+y_n}{2}+\sum_{i=1}^{n-1} y_i\right)$ $y_i = f(x_i)$ 2) $\int_a^b f(x)dx \approx h\left(y_{1/2}+y_{3/2}+\cdots+y_{n-1/2}\right)$ $y_{i+1/2} = f\left(x_{i+\frac{1}{2}}\right), x_{i+1/2} = x_0+\left(i+\frac{1}{2}\right)h, i = 0, \ldots, n-1$ 3) $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0+y_n+4(y_1+\cdots+y_{n-1})+2(y_2+\cdots+$ $y_{n-2})$ $y_i = f(x_i), n = 2m$ <u>Задание 5.</u> $\int_a^b f(x)dx$ – определенный интеграл. На отрезке $[a; b]$ задана равномерная сетка с шагом h ($h=(b-a)/n$. $x_i = x_0+ih$.). Квадратурная формула трапеций имеет вид 1) $\int_a^b f(x)dx \approx h\left(\frac{y_0+y_n}{2}+\sum_{i=1}^{n-1} y_i\right)$ $y_i = f(x_i)$ 2) $\int_a^b f(x)dx \approx h\left(y_{1/2}+y_{3/2}+\cdots+y_{n-1/2}\right)$ $y_{i+1/2} = f\left(x_{i+\frac{1}{2}}\right), x_{i+1/2} = x_0+\left(i+\frac{1}{2}\right)h, i = 0, \ldots, n-1$ 3) $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0+y_n+4(y_1+\cdots+y_{n-1})+2(y_2+\cdots+$ $y_{n-2})$ $y_i = f(x_i), n = 2m$ <u>Задание 6.</u> $\int_a^b f(x)dx$ – определенный интеграл. На отрезке $[a; b]$ задана равномерная сетка с шагом h ($h=(b-a)/n$. $x_i = x_0+ih$.). Квадратурная формула парабол имеет вид 1) $\int_a^b f(x)dx \approx h\left(\frac{y_0+y_n}{2}+\sum_{i=1}^{n-1} y_i\right)$ $y_i = f(x_i)$ 2) $\int_a^b f(x)dx \approx h\left(y_{1/2}+y_{3/2}+\cdots+y_{n-1/2}\right)$ $y_{i+1/2} = f\left(x_{i+\frac{1}{2}}\right), x_{i+1/2} = x_0+\left(i+\frac{1}{2}\right)h, i = 0, \ldots, n-1$ 3) $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0+y_n+4(y_1+\cdots+y_{n-1})+2(y_2+\cdots+$ $y_{n-2})$ $y_i = f(x_i), n = 2m$ <u>Задание 7</u>. Приближенное значение определенного интеграла с точностью до сотых (найти 2 знака после запятой)

		$$\int_1^2 x^4 dx$$ по формуле центральных прямоугольников с шагом h=0.2 равно 1) 6,15 2) 6,45 3) 6,29 <u>Задание 8.</u> Приближенное значение определенного интеграла с точностью до сотых (найти 2 знака после запятой) $$\int_1^2 x^4 dx$$ по формуле трапеций с шагом h=0.2 равно 1) 6,15 2) 6,29 3) 6,01 <u>Задание 9</u> Приближенное значение определенного интеграла с точностью до сотых (найти 2 знака после запятой) $$\int_1^2 x^4 dx$$ по формуле трапеций с шагом h=0.125 равно 1) 6,35 2) 6,2 3) 6,01 <u>Задание 10.</u> Какая из формул численного интегрирования не основана на геометрическом смысле определенного интеграла 1) квадратурная формула трапеций 2) квадратурная формула центральных прямоугольников 3) квадратурная формула Гаусса <u>Задание 11.</u> Принцип Рунге для повышения точности вычисления приближенного значения определенного интеграла квадратурной формулой основан на повторном вычислении приближенного значения интеграла с шагом 1) h+1 2) 2h 3) h/2 <u>Задание 12.</u> Точное значение определенного интеграла $\int_1^2 x^4 dx$ равно 1) 6,2 2) 6 3) 6,25 <u>Задание 13.</u> Квадратурная формула Гаусса изначально выводится для отрезка интегрирования 1) [-1; 1] 2) [0; 1] 3) [a; b] <u>Задание 14.</u>

		Узлы квадратурной формулы Гаусса располагаются на числовой оси 1) с шагом h = 1 2) равномерно 3) неравномерно Задание 15. Точное значение определенного интеграла равно 8,25. Приближенное значение, вычисленное по формуле трапеций, равно 8,15. Абсолютная погрешность вычисления равна 1) 0,1 2) -0,1 3) 0,09
4	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ)	Задание 1. Уравнение, которое помимо функции содержит её производные называется 1) кубическое уравнение 2) линейное уравнение 3) дифференциальное уравнение Задание 2. Решение дифференциального уравнения является 1) функция 2) целое число 3) множество чисел Задание 3. Порядком дифференциального уравнения называется 1) наибольший порядок входящих в это уравнение производных 2) сумма порядков, входящих в это уравнение производных 3) наименьший порядок входящих в это уравнение производных Задание 4. Задачей Коши для дифференциального уравнения порядка m называется задача нахождения такого решения дифференциального уравнения $y = y(x)$, которое 1) удовлетворяет одному из заданных m начальных условий 2) удовлетворяет всем заданным m начальным условиям 3) удовлетворяет большинству из заданных m начальных условий Задание 5. Метод последовательного дифференцирования решения задачи Коши относится к 1) численным методам 2) аналитическим методам 3) оба варианта верны Задание 6. Метод последовательного дифференцирования решения задачи Коши $\begin{cases} y' = f(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$ использует представление решения, функции $y(x)$, в виде 1) ряда Тейлора с центром в точке x_0 2) ряда Тейлора с центром в точке 0

		3) ряда Тейлора с центром в произвольной точке Задание 7. Приближенное решение задачи Коши по формуле $$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i), i = 0,1,\dots,n-1$$ $$x_i = x_0 + ih. \ \ h = \frac{b-a}{n}$$ соответствует 1) методу Эйлера 2) методу последовательного дифференцирования 3) методу Рунге-Кутты. Задание 8. Практическая оценка погрешности численных методов решения задачи Коши выполняется по принципу Рунге. После применения любой численной формулы вычисления с шагом h, выполняется повторное вычисление с шагом 1) $2h$ 2) $h/2$ 3) $h/10$ Задание 9. Дана задача Коши $$\begin{cases} y' - 3x^2 = 0, \\ y(x_0) = y_0 = 3, \end{cases}$$ $x_0 = 1$ точное решение задачи Коши равно 1) $y(x) = x^3 + 8$ 2) $y(x) = x^3$ 3) $y(x) = x^3 + 2$ Задание 10. Дана задача Коши $$\begin{cases} y' - 3x^2 = 0, \\ y(x_0) = y_0 = 3, \end{cases}$$ $x_0 = 1$ Значение $y'(x_0)$ равно 1) 2 2) 3 3) 5 Задание 11. Дана задача Коши $\begin{cases} y' - 3x^2 = 0, \\ y(x_0) = y_0 = 3, \end{cases}$ $x_0 = 1$ Чему равно приближенное значение решения задачи Коши в точке $a = 1{,}2$ методом Эйлера 1) 3 2) 3,6 3) 4 Задание 12. Методом четвертого порядка точности является 1) метод Эйлера 2) модифицированный метод Эйлера 3) метод Рунге-Кутты Задание 13. Графической иллюстрацией приближённого решения задачи Коши, полученного по методу Эйлера, является 1) ломаная

		2) прямая 3) круг Задание 14. Приближенное решение задачи Коши методом Эйлера стремится к точному решению, если 1) h = 0,01 2) $h \to 0$ 3) $h \to \infty$ Задание 15. Решить дифференциальное уравнение, значит найти такую функцию *y(x)*, подстановка которой в дифференциальное уравнение 1) обращает это уравнение в тождество 2) обращает его в приближенное равенство 3) обращает его в неравенство
5	Одномерная минимизация функций	Задание 1. Задача минимизации функции сводится к 1) поиску точек разрыва функции одной или нескольких переменных 2) поиску минимального значения функции одной или нескольких переменных 3) поиску максимального значения функции одной или нескольких переменных Задание 2. Точка λ называется точкой глобального минимума функции $y = f(x)$ на множестве D, если для всех $x \in D$ выполняется неравенство: 1) $f(\lambda) \leq f(x)$ 2) $f(\lambda) > f(x)$ 3) $f(\lambda) \neq f(x)$ Задание 3. Функция $y = f(x)$ называется ________ на $[a, b]$, если существует такое число λ, принадлежащее отрезку $[a, b]$, что для всех $x \leq \lambda$ функция $y = f(x)$ убывает, а для всех $x > \lambda$ функция $y = f(x)$ возрастает. 1) четной 2) унимодальной 3) периодической Задание 4. Точка λ называется точкой __________ функции $y = f(x)$, если существует такая окрестность точки $(\lambda - \delta; \lambda + \delta)$, что для всех точек, принадлежащих этой окрестности выполняется неравенство: $f(\lambda) \leq f(x)$. 1) перегиба 2) глобального максимума 3) локального минимума Задание 5. Этап определения отрезка $[a, b]$, который содержит точку минимума функции, и на котором точка минимума является единственной называется 1) локализация точки минимума 2) локализация точки максимума 3) локализация точки экстремума Задание 6. Закончите теорему. Если функция $y = f(x)$ дважды

дифференцируема на отрезке $[a, b]$ и для всех $x \in [a, b]$ вторая производная положительная $f''(x) > 0$, то

1) $y = f(x)$ унимодальная на отрезке $[a, b]$

2) $y = f(x)$ имеет разрыв на отрезке $[a, b]$

3) $y = f(x)$ монотонно возрастает на отрезке $[a, b]$

Задание 7.

Метод поиска приближенного значения минимума функции $y = f(x)$, заключающийся в задании сразу всех пробных точек $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и выборе точки x_i, в которой значение функции будет наименьшим называется

1) метод деления отрезка пополам

2) оптимальный пассивный поиск

3) метод чисел Фибоначчи

Задание 8.

Числа Фибоначчи вычисляются по формуле:

1) $F_n = F_{n-2} * F_{n-1}$, $n \geq 2$, $F_0 = F_1 = 1$

2) $F_n = F_{n-2} - F_{n-1}$, $n \geq 2$, $F_0 = F_1 = 1$

3) $F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$, $n \geq 2$, $F_0 = F_1 = 1$

Задание 9.

Продолжите теорему. Пусть функция $y = f(x)$ унимодальна на отрезке $[a, b]$, пусть выбраны две точки α и β этого отрезка $a \leq \alpha < \beta \leq b$, вычислим значения функции в этих точках $f(\alpha)$ и $f(\beta)$. Если $f(\alpha) \leq f(\beta)$, то точка минимума λ

1) $\lambda \in [a, \beta]$

2) $\lambda \in [\beta, b]$

3) λ не существует

Задание 10.

Найти приближенное значение точки локального минимума функции $f(x) = x^3 - x + e^{-x}$ на отрезке [0, 1] методом оптимального поиска с шагом h=0,1.

1) 0,6

2) 0,7

3) 0,8

Задание 11.

Пусть известен отрезок $[a, b]$ локализации точки минимума функции $y = f(x)$. Выбор на отрезке $[a, b]$ двух симметрично расположенных точек по формулам

$$\alpha = \frac{a+b}{2} - \delta. \quad \beta = \frac{a+b}{2} + \delta. \quad 0 < \delta < \frac{b-a}{2}$$

используется в методе

1) метод «золотого сечения»

2) оптимальный пассивный поиск

3) метод деления отрезка пополам

Задание 12.

Если функция $y = f(x)$ унимодальная на некотором отрезке $[a, b]$, то она ________ на любом отрезке, входящем в отрезок $[a, b]$.

1) унимодальная

2) не унимодальная

3) оба случая возможны

Задание 13.

Дана функция $f(x) = x^3 - x + e^{-x}$. Отрезок локализации точки локального минимума функции [0, 1]. Найдите новый отрезок локализации точки локального минимума функции, выполнив 1 шаг метода деления отрезка пополам (δ=0,001).

		1) [0.499, 1] 2) [0, 0.499] 3) [0.501, 1] Задание 14. Пусть $x=a$ стационарная точка функции $y = f(x)$, то есть $f'(a)=0$. Если при переходе через точку $x=a$ первая производная функции $y = f(x)$ меняет свой знак с минуса на плюс, то точка $x=a$ это точка 1) локального максимума функции 2) локального минимума функции 3) недостаточно информации для ответа Задание 15. *Выберите несколько ответов.* Пусть точка c делит $[a, b]$ на большую и меньшую часть. Если отношение длины всего отрезка к длине его большей части равно отношению длины большей части к длине меньшей части отрезка, то 1) точка симметричная точки c делит отрезок в «золотом сечении» 2) точка c делит отрезок в пропорции 2:1 3) точка c делит отрезок в «золотом сечении»
6	Многомерная минимизация функций	Задание 1. Задача минимизации функции сводится к 1) поиску точек разрыва функции одной или нескольких переменных 2) поиску минимального значения функции одной или нескольких переменных 3) поиску максимального значения функции одной или нескольких переменных Задание 2. Дана функция $u(M) = f(x_1, x_2, ...,x_m)$. Область определения функции – m-мерное пространство X. Точка M^T называется точкой __________ минимума функции $u(M)$, если на всем X верно неравенство $u(M^T) \leq u(M)$. 1) глобального 2) локального 3) наименьшего Задание 3. Дана функция $u(M) = f(x_1, x_2, ...,x_m)$. Область определения функции – m-мерное пространство X. Точка M^T называется точкой __________ минимума функции $u(M)$, если существует такая окрестность P точки M^T, $P \in X$, что для всех точек, принадлежащих P, верно неравенство $u(M^T) \leq u(M)$. 1) глобального 2) локального 3) наименьшего Задание 4. Поверхностью уровня называется множество точек, для которых целевая функция принимает 1) постоянное значение 2) положительное значение 3) произвольное значение Задание 5. Дана дифференцируемая функция $u(M) = f(x_1, x_2, ...,x_m)$. Вектор, составленный из первых частных производных функции $u(M)$

		называется 1) вектор нормали 2) единичный вектор 3) вектор-градиент Задание 6. Матрица Гессе, составленная из вторых частных производных функции $u(M) = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ положительно определена, если 1) все ее диагональные миноры положительны 2) все элементы матрицы положительные 3) диагональные миноры матрицы чередуют знаки Задание 7. *Выберите несколько вариантов ответа.* Дана дифференцируемая функция $u(M) = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$. Точка A будет точкой строгого локального минимума функции $u(M)$, если в точке A выполнимо: 1) значение вектора-градиента равно нулю 2) значение вектора-градиента положительно 3) матрица Гессе положительно определена 4) матрица Гессе отрицательно определена 5) значение вектора-градиента отрицательно Задание 8. Дана функция $u(M) = f(x, y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 8y + 4$. Найдите вектор-градиент этой функции 1) $\{2x - 2; 4y + 8\}$ 2) $\{2x; 4y\}$ 3) $\{4y + 8; 2x - 2\}$ Задание 9. Дана функция $u(M) = f(x, y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 8y + 4$. Найдите точку A, в которой вектор-градиент функции $u(M)$ равен нулю. 1) (-2; 1) 2) (1; -2) 3) (1; 1) Задание 10. Дана функция $u(M) = f(x, y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 8y + 4$. Найдите матрицу Гессе в точке $A(1;-2)$ 1) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ Задание 11. Пусть получена матрица Гессе $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Эта матрица 1) положительно определена 2) отрицательно определена 3) неизвестно Задание 12. Дана дифференцируемая функция $u(M) = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$. A_0 – начальное приближение к точке минимума функции $u(M)$. Вычисления приближенного значения точки минимума функции $u(M)$ выполняются по формуле: $u\left(A_0 - \alpha\gamma^i grad\, u(A_0)\right) - u(A_0) < -\beta\alpha\gamma^i \lvert grad\, u(A_0)\rvert^2$ $i=0, 1, 2, \dots, i_0$ $A_1 = A_0 - \alpha\gamma^{i_0} grad\, u(A_0)$

		Эта формула соответствует методу 1) метод «золотого сечения» 2) метод наискорейшего спуска 3) метод градиента с дроблением шага <u>Задание 13.</u> Дана функция $u(M) = f(x, y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 8y + 4$. Начальное приближение к точке локального минимума функции $A_0(0;0)$. Выполните 1 шаг метода градиента с дроблением шага и найдите формулу вычисления первого приближения к решению A_1 1) $\{2\alpha\gamma^2; -8\alpha\gamma^2\}$ 2) $\{2\alpha\gamma; -8\alpha\gamma\}$ 3) $\{2\alpha\gamma^2; 8\alpha\gamma^2\}$ <u>Задание 14.</u> Дана функция $u(M) = f(x, y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 8y + 4$. Начальное приближение к точке локального минимума функции $A_0(0;0)$. Выполните 1 шаг метода градиента с дроблением шага и найдите значение первого приближения к решению A_1 1) {0,5; 2} 2) {1; -4} 3) {0,5; -2} <u>Задание 15.</u> Дана дифференцируемая функция $u(M) = f(x_1, x_2, ..., x_m)$. A_0 и A_1 – начальное и первое приближение к точке минимума функции $u(M)$. Условие остановки метода градиента с дроблением шага задается формулой 1) $\lvert u(M_0) - u(M_1)\rvert \le \varepsilon$ 2) $\lvert u(M_0) - u(M_1)\rvert = \varepsilon$ 3) $\lvert u(M_0)\rvert - \lvert u(M_1)\rvert < \varepsilon$
7	Решение системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными методом Ньютона	<u>Задание 1.</u> Канонический вид системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными 1) $F(x, y) = \Phi(x, y)$ 2) $\begin{cases} F(x,y) = 0, \\ \Phi(x,y) = 0. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} F(x,y) = \mathrm{C1}, \\ \Phi(x,y) = \mathrm{C2}. \end{cases}$ <u>Задание 2.</u> Две системы называются__________, если множества их решений совпадают или обе системы не имеют решений 1) равносильными 2) треугольными 3) симметричными <u>Задание 3.</u> Решением системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными является пара чисел (x, y), при подстановке которых в систему оба уравнения обращаются в 1) верное равенство 2) неравенство 3) результат зависит от ситуации <u>Задание 4.</u> Найти множество решений системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными значит 1) найти равносильную систему 2) решить систему

3) упростить выражение

Задание 5.

Графический смысл решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными

1) решение соответствует точке на плоскости ХОУ

2) решение соответствует точке одного из двух графиков уравнений системы

3) решение соответствует общей точке графиков уравнений системы (точке пересечения графиков)

Задание 6.

Начальное приближение M_0 к решению системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными выбирают

1) произвольно

2) достаточно близко к точному решению

3) как точку с координатами (0;0)

Задание 7.

Метод Ньютона для приближенного решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными использует

1) представление функции как произведения многочленов

2) разложение функции в ряд Фурье

3) разложение функции в многочлен Тейлора

Задание 8.

Представление функции $F(x, y)$ в виде отрезка ряда Тейлора с центром в точке $M_0 = (x_0, y_0)$ имеет вид

1) $F(x,y) \approx F(x_0,y_0) + \frac{\partial F}{\partial x}|_{M_0}h + \frac{\partial F}{\partial y}|_{M_0}l = 0$

$h = x\text{-}x_0, \quad l = y - y_0$

2) $F(x,y) \approx F(x_0,y_0) + \frac{\partial F}{\partial x}|_{M_0}h$

3) $F(x,y) \approx F(x_0,y_0) + \frac{\partial F}{\partial y}|_{M_0}l = 0$

Задание 9.

Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение. Если

1) главный определитель системы больше нуля

2) главный определитель системы равен нулю

3) главный определитель системы не равен нулю

Задание 10.

Метод Ньютона для приближенного решения системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными позволяет перейти к

1) системе двух линейных уравнений с двумя неизвестными

2) одному линейному уравнению

3) одному нелинейному уравнению

Задание 11.

Пусть найдено приближенное решение $M_1 = (x_1, y_1)$ системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} F(x,y) = 0, \\ \Phi(x,y) = 0. \end{cases}$$

Проверить полученное решение на соответствие правилу остановки можно по формуле

1) $|F(x_1, y_1) + \Phi(x_1, y_1)| < \varepsilon$

2) $|F(x_1, y_1)| + |\Phi(x_1, y_1)| < \varepsilon$

3) $|F(x_1, y_1)| < \varepsilon$

ε – заданная точность вычисления.

		<u>Задание 12.</u> Вычисление приближенного решения выполняется до тех пор, пока 1) не будет достигнута заданная точность вычисления 2) не будет превышено заданное число итераций 3) оба варианта верны <u>Задание 13.</u> $F(x, y) = x^2 + y^2 - 4$. Многочлен Тейлора с центром в точке (1,5; 1,5) для $F(x, y)$ имеет вид 1) $0,5 + 3h + 3l = 0$ 2) $-0.5 - 3h + 3l = 0$ 3) $3h + 3l = 0$ <u>Задание 14.</u> Дана система линейных уравнений: $\begin{cases} 3h + 3l = 4.5, \\ 2h + 4l = 4. \end{cases}$ Решение системы (h, l) равно 1) (1; 1) 2) (1; -0.5) 3) (1; 0.5) <u>Задание 15.</u> Если правило остановки не выполнено, то 1) в качестве начального приближения выбирается найденное решение и вычисления повторяются 2) в качестве ответа выбирается начальное приближение 3) в качестве ответа выбирается найденное решение
8	Решения нелинейных уравнений с одним неизвестным	<u>Задание 1.</u> Корень уравнения $f(x)=0$ – это такое значение $x=a$, при подстановке которого в уравнение получается 1) пропорция 2) тождество 3) неравенство <u>Задание 2.</u> Численные методы решения нелинейных уравнений с одним неизвестным ориентированы в основном на поиск 1) простых корней уравнения 2) кратных корней уравнения 3) положительных корней уравнения <u>Задание 3.</u> Пусть функция $y=f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и ее значения на концах этого отрезка имеют разные знаки, тогда отрезок $[a, b]$ 1) не содержит корней уравнения $f(x) = 0$ 2) содержит хотя бы один корень уравнения $f(x) = 0$ 3) всегда содержит 1 корень уравнения $f(x) = 0$ <u>Задание 4.</u> Пусть функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, дифференцируема на интервале (a, b) и имеет на концах отрезка $[a, b]$ значения разных знаков. Если первая производная функции _________ на интервале (a, b), то корень уравнения $x = c$ единственный на интервале (a, b) 1) сохраняет свой знак 2) меняет свой знак с плюса на минус 3) меняет свой знак с минуса на плюс <u>Задание 5.</u>

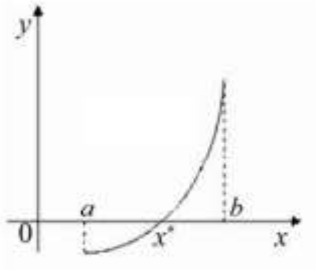
Дано уравнение *f(x) = 0* и *x = c* – корень уравнения *f(x) = 0.* Число λ называется приближенным значением корня уравнения с точностью ε, если

1) выполняется неравенство $|c - \lambda| \le 0$
2) выполняется неравенство $|c - \lambda| \ge \varepsilon$
3) выполняется неравенство $|c - \lambda| \le \varepsilon$

Задание 6.

Выберите несколько правильных ответа.

На рисунке представлена часть графика функции *y = f(x)* на [*a, b*]. Ситуация, представленная на рисунке, соответствует условиям:



1) *f(a)*f(b) < 0*
2) *f(a)*f(b) > 0*
3) первая производная функции *y = f(x)* сохраняет знак плюс на отрезке [*a, b*]
4) первая производная функции *y = f(x)* сохраняет знак минус на отрезке [*a, b*]
5) вторая производная функции *y = f(x)* сохраняет свой знак на отрезке [*a, b*]

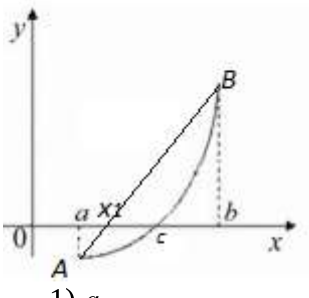
Задание 7.

Отрезок, соединяющий две точки графика функции *y = f(x),* называется

1) хорда
2) диаметр
3) радиус

Задание 8.

Пусть на отрезке [*a, b*] существует единственный корень уравнения *f(x)=0.* На рисунке представлена иллюстрация 1 шага метода хорд. Первым приближением к решению уравнения является точка:



1) *a*
2) *c*
3) x_1

Задание 9.

Дано уравнение *f(x) = 0.* Функция *y = f(x)* дважды дифференцируема на отрезке [*a, b*]. Для метода хорд: *t* — неподвижная точка; x_0 — начальное приближение к корню уравнения. Если значение функции и ее второй производной имеют один и тот же знак в точке *x = a*, то

1) $t = a$, $x_0 = b$, иначе $t = b$, $x_0 = a$

<table>
<tr><td></td><td></td><td>2) $t = b$, $x_0 = a$, иначе $t = a$, $x_0 = b$
3) $t = a$, $x_0 = b$, иначе $t = a$, $x_0 = a$
<u>Задание 10.</u>
Формула вычисления приближенного значения корня уравнения f(x) = 0
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(t - x_n)}{f(t) - f(x_n)}, n = 0,1,2, \dots$$
где t — неподвижная точка; x_0 — начальное приближение к корню уравнения, соответствует методу
1) метод хорд
2) метод касательных
3) метод простой итерации
<u>Задание 11.</u>
Формула вычисления приближенного значения корня уравнения f(x) = 0
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0,1,2, \dots$$
соответствует методу
1) хорд метод
2) метод касательных
3) метод простой итерации
<u>Задание 12.</u>
Дано уравнение $x^2 - 4 = 0$. Отрезок локализации корня уравнения [-3; -1]. Выполните поиск первого приближения к решению уравнения методом хорд.
1) -1,75
2) -0,25
3) -2,25
<u>Задание 13.</u>
Дано уравнение $x^2 - 4 = 0$. Отрезок локализации корня уравнения [-3; -1]. Выполните поиск первого приближения к решению уравнения методом касательных.
1) $-3\frac{5}{6}$
2) $-2\frac{1}{6}$
3) $-1\frac{1}{6}$
<u>Задание 14.</u>
Дано уравнение $x^2 - 5x + 6= 0$. Какие из отрезков являются отрезками локализации корней уравнения
1) [-3.5; -2.5], [-2.5; -1.5]
2) [-4.5; -3.5], [-2.5; -1.5]
3) [-3.5; -2.5], [1; 3]
<u>Задание 15.</u>
Дано уравнение $x^2 + x - 12 = 0$. Отрезок локализации корня [2; 4]. Какие значения принимает неподвижная точка метода хорд и начальное приближение
1) $t = 2$, $x_0 = 4$
2) $t = 4$, $x_0 = 2$
3) $t = 2$, $x_0 = 2$</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Методом итераций для решения СЛАУ (ОПК-3.2)</td><td><u>Задание 1.</u>
Норма вектора — это число, которое обозначается
1) $\|\vec{x}\|$
2) $|\vec{x}|$</td></tr>
</table>

		3) $\{\vec{x}\}$ Задание 2. Дан вектор $\vec{x} = \{1; 5;\ -3\}$. Первая норма этого вектора равна 1) 9 2) 3 3) 5 Задание 3. Дан вектор $\vec{x} = \{0; 4;\ -3\}$. Вторая норма этого вектора равна 1) 7 2) 4 3) 5 Задание 4. Дан вектор $\vec{x} = \{1; 9;\ -7\}$. Бесконечная норма этого вектора равна 1) 9 2) 7 3) 1 Задание 5. Даны два вектора $\vec{x} = \{1; 9;\ -7\}$ и $\vec{y} = \{2; 0;\ 6\}$. Скалярное произведение этих векторов равно 1) -40 2) -44 3) -42 Задание 6. Дана матрица $$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$ Первая норма матрицы равна 1) 12 2) 15 3) 18 Задание 7. Дана матрица $$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$ Бесконечная норма матрицы равна 1) 6 2) 15 3) 24 Задание 8. Система n линейных уравнений с n неизвестными в векторно-матричной форме имеет вид: $A \cdot \vec{x} = \vec{h}$. Для применения метода простой итерации необходимо преобразовать эту систему в равносильную ей систему вида 1) $\vec{x} = B \cdot \vec{x} + \vec{c}$ 2) $A \cdot \vec{x} = 0$ 3) $B \cdot \vec{x} + \vec{c} = 0$ Задание 9. Условие сходимости метода простой итерации: пусть в n-мерном пространстве введена какая-либо норма вектора и подчиненная ей норма матрицы B. Тогда решение системы уравнений существует, и оно единственное, если выполнено условие

		1) норма матрицы B больше единицы 2) норма матрицы B меньше единицы 3) норма матрицы B равна единице Задание 10. В матрице A обеспечено преобладание диагонального элемента в каждой строке, если 1) модуль диагонального элемента больше суммы модулей других элементов строки 2) модуль диагонального элемента равен сумме модулей других элементов строки 3) модуль диагонального элемента меньше суммы модулей других элементов строки Задание 11. Дана система уравнений $$\begin{cases} 5x - 3y + z = 1, \\ 4x + 3y - 3z = 3, \\ x - 2y - 5z = 2. \end{cases}$$ Диагональное преобладание для каждого уравнения системы 1) выполняется не для всех уравнений системы 2) не выполняется 3) выполняется Задание 12. Дана система уравнений $$\begin{cases} 5x - 3y + z = 1, \\ 4x + 3y - 3z = 3, \\ x - 2y - 5z = 2. \end{cases}$$ Преобразовать систему к требуемой форме метода простой итерации $\vec{x} = B \cdot \vec{x} + \vec{c}$. Найти бесконечную норму полученной матрицы B. 1) 5/6 2) 1 3) 7/6 Задание 13. Дана система уравнений $$\begin{cases} 5x - 3y + z = 1, \\ 4x + 3y - 3z = 3, \\ x - 2y - 5z = 2. \end{cases}$$ Преобразовать систему к требуемой форме метода простой итерации $\vec{x} = B \cdot \vec{x} + \vec{c}$. Найти первое приближение к решению при начальном приближении $\vec{x}^{(0)} = \vec{c}$. 1) {0.8; 0.1; -0.5} 2) {0.5; 0.1; -0.5} 3) {0.48; 0.1; -0.4933} Задание 14. Последовательность векторов называется сходящейся по какой-либо норме к точному вектору, если предел нормы вектора разности k-го приближения и точного вектора при $k \to \infty$ равен 1) 0 2) 1 3) ∞ Задание 15. Дана система уравнений

		$\begin{cases} 5x-3y+z=1, \\ 4x+3y-3z=3, \\ x-2y-5z=2. \end{cases}$ При подстановке приближенного решения в систему получен вектор правых частей {0.9899; 3.0141; 1.9785}. Вектор невязки равен 1) {-0.0101; 0.0141; -0.0215} 2) {0.9899; 3.0141; 1.9785}. 3) {0.0101; 0.0141; 0.0215}
10	Собственные числа и собственные векторы матрицы (ОПК-3.2)	Задание 1. Норма вектора — это число, которое обозначается 1) $\|\vec{x}\|$ 2) $\lvert\vec{x}\rvert$ 3) $\{\vec{x}\}$ Задание 2. Дан вектор $\vec{x}=\{1;5;\ -3\}$. Первая норма этого вектора равна 1) 9 2) 3 3) 5 Задание 3. Дан вектор $\vec{x}=\{0;4;\ -3\}$. Вторая норма этого вектора равна 1) 7 2) 4 3) 5 Задание 4. Дан вектор $\vec{x}=\{1;9;\ -7\}$. Бесконечная норма этого вектора равна 1) 9 2) 7 3) 1 Задание 5. Даны два вектора $\vec{x}=\{1;9;\ -7\}$ и $\vec{y}=\{2;0;\ 6\}$. Скалярное произведение этих векторов равно 1) -40 2) -44 3) -42 Задание 6. Число λ называется собственным числом квадратной матрицы *A*, если существует ненулевой вектор *x*, называемый собственным вектором матрицы *A*, соответствующий собственному числу λ, что верно равенство 1) $A\cdot\vec{x}=\ \lambda\cdot\vec{x}$ 2) $A\cdot\vec{x}=\ \vec{x}$ 3) $A=\ \lambda\cdot\vec{x}$ Задание 7. Дано: матрица *A*, единичная матрица *E*, неизвестное μ уравнение. Уравнение *det(A- μE) = 0* имеет ненулевое решение. Тогда найденное значение μ является 1) собственным числом матрицы *E* 2) собственным числом матрицы *A* 3) собственным числом матрицы (*A-E*) Задание 8. В степенном методе поиска приближенного значения максимального по модулю собственного числа матрицы *A*, в

		качестве начального приближения к собственному вектору x выбирается такой вектор, что 1) $\|\|\vec{x}\|\|_2 = 1$ 2) $\|\|\vec{x}\|\|_2 = 0$ 3) $\|\|\vec{x}\|\|_2 = \infty$ <u>Задание 9.</u> Найти наибольшее по модулю собственное число матрицы *A:* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 1) -1 2) 4 3) 5 <u>Задание 10.</u> Составить уравнение для поиска наибольшее по модулю собственное число матрицы *A:* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 1) λ^2 - 4λ = 0 2) λ^2 - 4λ -5 = 0 3) λ^2 + 4λ + 5 = 0 <u>Задание 11.</u> Дано: матрица A, λ - собственное число матрицы A. Для поиска собственного вектора матрица A - x, соответствующего собственному числу λ, необходимо решить уравнение 1) $(A - \lambda E)\cdot x = 0$ 2) $(A - \lambda E) = 0$ 3) $A\cdot x = 0$ <u>Задание 12.</u> Найти собственный вектор матрицы A, соответствующий наибольшему по модулю собственному числу матрицы *A:* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ Собственный вектор $\{x_1; x_2\}$ будет одним из решений системы линейных уравнений 1) $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ x_1 - 2x_2 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 0, \\ 4x_1 + 4x_2 = 0. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 = 0, \\ 4x_1 - 4x_2 = 0. \end{cases}$ <u>Задание 13.</u> Расположите в правильном порядке шаги степенного метода по поиску приближенного значения максимального по модулю собственного числа матрицы A. 1. Найти вторую норму вектора $x^{(0)}$. 2. Вычислить начальное приближение к собственному числу λ по формуле: $\lambda^{(0)} = x^{(0)} \cdot y^{(1)}$. 3. Пронормировать вектор $x^{(0)}$, если его вторая норма не равно 1. 4. Задать начальное приближение собственного вектора $x^{(0)}$. 5. Вычислить вектор $y^{(1)}$ по формуле: $y^{(1)} = A\cdot x^{(0)}$. 6. Присвоить $x^{(0} = x^{(1)}$ и повторить вычисления. 7. Вычислить следующее приближение к собственному вектору по формуле: $x^{(1)} = y^{(1)} / N$, N – вторая норма вектора $y^{(1)}$. 1) 4, 1. 3, 5, 2, 7, 6 2) 4, 1, 5, 3, 2, 7, 6

		3) 3, 4, 1, 2, 5, 7, 6 Задание 14. Правило остановки степенного метода включает проверку 1) собственного числа и собственного вектора 2) собственного числа 3) собственного вектора Задание 15. Задан вектор $\{3: 4\}$. Выполнено нормирование этого вектора, так что его вторая норма стала равна 0. Результатом нормирования является вектор: 1) {-0.6: 0.8} 2) {1: 0} 3) {0.6; 0.8}
11	Аппроксимация данных (ОПК-3.1) (ОПК-3.2)	Задание 1. *Выберите несколько вариантов ответа* Одной из форм задачи приближения функции является 1) интерполяция 2) интегрирование 3) аппроксимация 4) минимизация 5) линеаризация Задание 2. В качестве аппроксимирующей функции y=$y(x)$ выбирают такую, чтобы для всех i=0, 1, ..., n выполнялось условие 1) $max\left\|y(x_i) - y_i^T\right\| < \varepsilon, y_i^T$ – точное значение функции 2) $max\left\|y(x_i) - y_i^T\right\| < 1, y_i^T$ – точное значение функции 3) $max\left\|y(x_i) - y_i^T\right\| = 0, y_i^T$ – точное значение функции Задание 3. Если к аппроксимирующей функции не предъявлять дополнительных условий. то наилучшим ответом будет 1) таблица значений функции 2) интерполяционный многочлен 3) квадратичная функция Задание 4. Функция вида $\Phi_m(x) = a_0\varphi_0(x) + a_1 \varphi_1(x) + \ldots + a_m \varphi_m(x)$, где φ_i – базисные функции, a_i – неизвестные коэффициенты, называется 1) обобщенным многочленом степени m 2) многочленом Лагранжа степени m 3) рядом Тейлора Задание 5. Функция от нескольких переменных a_0, a_1, …, a_m достигает минимума в одной из стационарных точек, в которых все частные производные этой функции 1) равны 0 2) положительные 3) отрицательные Задание 6. $\Phi_m(x)$ – приближенная функция к функции $y = y(x)$. Значения y_i^T - точные значение функции $y = y(x)$. Задача аппроксимации методом наименьших квадратов заключается в том, чтобы подобрать параметры a_0, a_1, …, a_m так, чтобы выполнялось условие 1) $\sum_{i=0}^{n}(\Phi_m(x_i) - y_i^T) \rightarrow min$ 2) $\sum_{i=0}^{n}(\Phi_m(x_i) - y_i^T)^2 \rightarrow 0$

3) $\sum_{i=0}^{n}(\Phi_m(x_i) - y_i^T)^2 \rightarrow min$

Задание 7.

Дана функция

$$S(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=0}^{n}\left(\sum_{j=0}^{m}\left(a_j\varphi_j(x_i)\right) - y_i^T\right)^2$$

Значение частной производной функции $\frac{\partial S}{\partial a_k}$ равно

1) $\frac{\partial S}{\partial a_k} = \sum_{i=0}^{n}\left(2\left(\left(\sum_{j=0}^{m} a_j\varphi_j(x_i)\right) - y_i^T\right)\varphi_k(x_i)\right)$

2) $\frac{\partial S}{\partial a_k} = \sum_{i=0}^{n}\left(2\left(\left(\sum_{j=0}^{m} a_j\varphi_j(x_i)\right) - y_i^T\right)\right)$

3) $\frac{\partial S}{\partial a_k} = \sum_{i=0}^{n}\left(\left(\left(\sum_{j=0}^{m} a_j\varphi_j(x_i)\right) - y_i^T\right)\varphi_k(x_i)\right)$

Задание 8.

Дана таблица значений функции *y = y(x)*.

i	x_i	y_i^T
0	-1	4
1	0	3
2	1	4
3	2	7

По известной таблице значений функции *y = y(x)* получить выражение для линейного обобщенного многочлена вида

$\Phi_1(x) = a_0\varphi_0(x) + a_1\varphi_1(x)$, где $\varphi_0(x)=1$, $\varphi_1(x) = x$.

1) $\Phi_1(x) = 4 + x$

2) $\Phi_1(x) = 4 + x^2$

3) $\Phi_1(x) = 4x$

Задание 9.

Дана таблица значений функции *y = y(x)*.

i	x_i	y_i^T
0	-1	4
1	0	3
2	1	4
3	2	7

По известной таблице значений функции *y = y(x)* составляется выражение для линейного обобщенного многочлена вида

$\Phi_1(x) = a_0\varphi_0(x) + a_1\varphi_1(x)$, где $\varphi_0(x)=1$, $\varphi_1(x) = x$.

Какую систему уравнений необходимо решить для нахождения значения неизвестных a_0, a_1.

1) $\begin{cases} 2a_0 + a_1 = 9, \\ a_0 + 3a_1 = 7. \end{cases}$

2) $\begin{cases} a_0 + a_1 = 9, \\ a_0 + a_1 = 7. \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2a_0 - a_1 = 9, \\ a_0 - 3a_1 = 1. \end{cases}$

Задание 10.

Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Чему рано решение этой системы

$$\begin{cases} 2a_0 + a_1 + 3a_2 = 9, \\ a_0 + 3a_1 + 4a_2 = 7, \\ 3a_0 + 4a_1 + 9a_2 = 18. \end{cases}$$

1) {0, 1, 3}

2) {3, 0, 1}

3) {-3, 0, 1}

Задание 11.

Дана таблица значений функции $y = y(x)$.

i	x_i	y_i^T	Φ_i
0	-1	4	3
1	0	3	4
2	1	4	5
3	2	7	6

Среднеквадратическая погрешность вычисляется по формуле

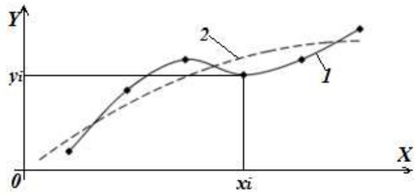
$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(\Phi_m(x_i) - y_i^T)^2}$$

Какое значение принимает δ для данных представленных в таблице.

1) 0,5
2) 0,25
3) 1

Задание 12.

На рисунке представлены точки (x_i, y_i), соответствующие точным значениям функции $y = y(x)$, и графики функций 1 и 2.



Какое из утверждений верно

1) 2 – интерполирующая функция, 1 – аппроксимирующая функция
2) 1 – интерполирующая функция, 2 – аппроксимирующая функция
3) 1 – интерполирующая и аппроксимирующая функция

Задание 13.

При поиске аппроксимирующей функции степени 2 методом наименьших квадратов сколько базисных функций необходимо использовать

1) 1
2) 2
3) 3

Задание 14.

Частные производные каково порядка используются в методе наименьших квадратов при поиске аппроксимирующей функции

1) первого
2) второго
3) третьего

Задание 15.

Применение метода наименьших квадратов для решения задачи отыскания минимума функции

1) невозможно
2) возможно и является классическим методом решения задач одномерной минимизации
3) возможно, но только в некоторых случаях

Критерии оценки лабораторной работы: лабораторная работа считается защищенной, если студент выполнил задание к работе полностью и во время защиты работы правильно ответил на заданные преподавателем дополнительные вопросы во время собеседования или правильно ответил на тестовые вопросы, выполнил дополнительные задания.

5.4. Описание критериев оценивания компетенций и шкалы оценивания

Промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачёта проводится по результатам текущего контроля знаний обучающегося во время защиты лабораторных работ, защиты ИДЗ. При промежуточной аттестации в форме диф. зачета результат определяется дифференцировано и используется следующая шкала оценивания: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Критериями оценивания достижений показателей являются:

Наименование показателя оценивания результата обучения по дисциплине	Критерий оценивания
ОПК-3. Способен использовать математические методы необходимые для решения задач профессиональной деятельности **ОПК-3.1** Осуществляет обоснованный выбор математических методов для решения типовых задач. **ОПК-3.2** Решает типовые задачи математическими методами.	
Знания	Знание терминов, определений, понятий
	Знание основных закономерностей, соотношений, принципов
	Объем освоенного материала
	Полнота ответов на вопросы
	Четкость изложения и интерпретации знаний
Умения	Умение решать стандартные профессиональные задачи с применением методов вычислительной математики
	Умение использовать теоретические знания для выбора методики решения профессиональных задач
	Умение проверять решение и анализировать результаты
Навыки	Владение навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
	Качество выполнения исследований объектов профессиональной деятельности
	Самостоятельность выполнения исследований объектов профессиональной деятельности

Оценка преподавателем выставляется интегрально с учётом всех показателей и критериев оценивания.

Оценка сформированности компетенций по показателю <u>Знания</u>.

Критерий	Уровень освоения и оценка			
	2	3	4	5
Знание терминов, определений, понятий	Не знает терминов и определений	Знает термины и определения, но допускает неточности	Знает термины и определения	Знает термины и определения, может корректно сформулировать их

		формулировок		самостоятельно
Знание основных закономерностей, соотношений, принципов	Не знает основные закономерности и соотношения, принципы построения знаний	Знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний	Знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, их интерпретирует и использует	Знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, может самостоятельно их получить и использовать
Объем освоенного материала	Не знает значительной части материала дисциплины	Знает только основной материал дисциплины, не усвоил его деталей	Знает материал дисциплины в достаточном объеме	Обладает твердым и полным знанием материала дисциплины
Полнота ответов на вопросы	Не дает ответы на большинство вопросов	Дает неполные ответы на все вопросы	Дает ответы на вопросы, но не все - полные	Дает полные, развернутые ответы на поставленные вопросы
Четкость изложения и интерпретации знаний	Излагает знания без логической последовательности	Излагает знания с нарушениями в логической последовательности	Излагает знания без нарушений в логической последовательности	Излагает знания в логической последовательности
	Не иллюстрирует изложение поясняющими схемами, рисунками и примерами	Выполняет поясняющие схемы и рисунки небрежно и с ошибками	Выполняет поясняющие рисунки и схемы корректно и понятно	Выполняет поясняющие рисунки и схемы точно и аккуратно, раскрывая полноту усвоенных знаний
	Неверно излагает и интерпретирует знания	Допускает неточности в изложении и интерпретации знаний	Грамотно и по существу излагает знания	Грамотно и точно излагает знания, делает выводы

Оценка сформированности компетенций по показателю Умения.

Критерий	Уровень освоения и оценка			
	2	3	4	5
Умение решать стандартные профессиональные задачи с применением методов дискретной математики	Не умеет решать стандартные профессиональные задачи с помощью численных методов	Допускает неточности в решении стандартных профессиональных задач с помощью численных методов	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с помощью численных методов	Безошибочно решает стандартные профессиональные задачи с применением численных методов
Умение использовать теоретические знания для выбора методики решения профессиональных задач	Не умеет использовать теоретические знания для выбора методики решения профессиональных задач с помощью численных методов	Использование теоретических знаний для выбора методики решения профессиональных задач с помощью численных методов вызывает затруднения	Умеет использовать теоретические знания для выбора методики решения профессиональных задач с помощью численных методов	Умеет использовать теоретические знания для выбора методики решения профессиональных задач с помощью численных методов

Оценка сформированности компетенций по показателю Навыки.

Критерий	Уровень освоения и оценка			
	2	3	4	5
Владение навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Не владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Не достаточно хорошо владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, но допускает ошибки в решении	Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности на высоком уровне
Качество выполнения исследований объектов профессиональной деятельности	Не качественно выполняет исследования объектов профессиональной деятельности, допускает грубые ошибки	Не достаточно качественно выполняет исследования объектов профессиональной деятельности, допускает и исправляет ошибки с посторонней помощью	Не достаточно качественно выполняет исследования объектов профессиональной деятельности, допускает и исправляет ошибки самостоятельно	Качественно выполняет исследования объектов профессиональной деятельности
Самостоятельность выполнения исследований объектов профессиональной деятельности	Не может самостоятельно выполнять исследования объектов профессиональной деятельности	Выполняет исследования объектов профессиональной деятельности с посторонней помощью	При выполнении исследования объектов профессиональной деятельности часто требуется посторонняя помощь	Самостоятельно выполняет исследования объектов профессиональной деятельности, в некоторых случаях требуется посторонняя помощь

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

6.1. Материально-техническое обеспечение

№	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	Учебная аудитория для проведения лекционных занятий	Специализированная мебель. Мультимедийная установка, экран, доски
2.	Учебная аудитория для проведения лабораторных занятий	Специализированная мебель. Компьютеры на базе процессоров Intel или AMD.
3.	Зал электронных ресурсов, здание библиотеки, № 302 Читальный зал учебной литературы, здание библиотеки, № 303	Специализированная мебель. Компьютерная техника, подключенная к сети интернет и имеющая доступ в электронно-образовательную среду

6.2. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Перечень лицензионного программного обеспечения.	Реквизиты подтверждающего документа
1	Microsoft Windows 10 Корпоративная	(Соглашение Microsoft Open Value Subscription V9221014 Соглашение действительно с 01.11.2020 по 31.10.2023). Договор поставки ПО № 128-21 от 30.10.2021.
2	Microsoft Office Professional Plus 2016	(Соглашение Microsoft Open Value Subscription V9221014 Соглашение действительно с 01.11.2020 по 31.10.2023). Договор поставки ПО № 128-21 от 30.10.2021.
3	Kaspersky Endpoint Security «Стандартный Russian Edition»	Сублицензионный договор № 102 от 24.05.2018. Срок действия лицензии до 19.08.2020 Гражданско-правовой Договор (Контракт) № 27782 «Поставка продления права пользования (лицензии) Kaspersky Endpoint Security от 03.06.2020. Срок действия лицензии 19.08.2022г.
4	Google Chrome	Свободно распространяемое ПО согласно условиям лицензионного соглашения
5	Среды программирования Dev C++ , CodeBlocks, Visual Studio Community Edition	Свободно распространяемое ПО согласно условиям лицензионного соглашения

6.3. Перечень учебных изданий и учебно-методических материалов

1. Петров, И.Б., Лобанов А.И. Введение в вычислительную математику [Электронный ресурс]: учебное пособи. —Москва: ИНТУИТ, Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 352 с. URL: https://www.iprbookshop.ru/94848.html. Режим доступа: для авторизир. Пользователей
2. Бояршинов М.Г. Прикладные задачи вычислительной математики и механики: учебное пособие. — Саратов: Вузовское образование, 2020. — 344 с. URL: https://www.iprbookshop.ru/93067.html. Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Эварт, Т.Е., Поздяев В.В. Методы вычислительной математики. Решение дифференциальных и матричных уравнений: учебное пособие. — Саратов: Вузовское образование, 2020. — 94 с. URL: https://www.iprbookshop.ru/91119.html. Режим доступа: для авторизир. пользователей.
4. Бояршинов, М. Г. Вычислительные методы алгебры и анализа: учебное пособие. — Саратов: Вузовское образование, 2020. — 225 с. — URL: https://www.iprbookshop.ru/93065.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.
5. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. Изд-во «Лань», 2006. – 664 с.
6. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы для инженеров. – М.: МЭИ, 2003. – 595 с.
7. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 2008 г.
8. Воеводин, В. В. Вычислительная математика и структура алгоритмов: учебник. — Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2010. — 168 с. URL: https://www.iprbookshop.ru/13042.html. Режим доступа: для авторизир. пользователей
9. Рогова Н.В. Вычислительная математика: учебное пособие / Н.В. Рогова, В.А. Рогова, Н.В., Рычков В.А. Вычислительная математика: учебное пособие. — Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 167 с. URL: https://www.iprbookshop.ru/75370.html. Режим доступа: для авторизир. пользователей
10. Бондаренко Т. В. Вычислительная математика. Лабораторный практикум для студентов направлений 09.03.01 — Информатика и вычислительная техника, 09.03.04 — Программная инженерия / Т.В. Бондаренко, Е. А. Федотов. — Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. — 86 с.
11. Воробьева Г.Н., Данилова А.Н. Практикум по вычислительной математике - 2 издание. -М.: Высшая школа, 1990 г.
12. Поршнев С. В. Вычислительная математика: учебное пособие. — СПб.: БХВ-Петербург, 2004 г.
13. Петров И. Б., Лобанов А. И. Лекции по вычислительной математике: учебное пособие. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006 г.

6.4. Перечень интернет ресурсов, профессиональных баз данных, информационно-справочных систем

1. Электронная библиотека (на базе ЭБС «БиблиоТех») — Режим доступа: http://ntb.bstu.ru
2. Электронно-библиотечная система IPRbooks — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» — Режим доступа: http://www.biblioclub.ru/