

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г. ШУХОВА»  
(БГТУ им. В.Г. Шухова)



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины (модуля)

**Вариационное исчисление**  
(наименование дисциплины, модуля)

направление подготовки (специальность):

**27.03.04 – Управление в технических системах**  
(шифр и наименование направления бакалавриата, магистра, специальности)

Направленность программы (профиль, специализация):

**27.03.04-01 – Управление в технических системах (промышленность)**  
(наименование образовательной программы (профиль, специализация))

Квалификация

**бакалавр**  
(бакалавр, магистр, специалист)

Форма обучения

**очная**  
(очная, заочная и др.)

**Институт: Информационных технологий и управляющих систем**

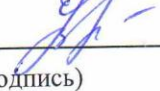
**Кафедра: Техническая кибернетика**

Белгород – 2015


Рабочая программа составлена на основании требований:

■ Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования 27.03.04 Управление в технических системах (бакалавриат), приказ Минобрнауки России от 20 октября 2015 г. № 1171

■ плана учебного процесса БГТУ им. В.Г. Шухова, введенного в действие в 2015 году по направлению подготовки 27.03.04 Управление в технических системах (бакалавриат).

Составитель (составители): канд. техн. наук  (Е.М. Парашук)  
(ученая степень и звание, подпись) (инициалы, фамилия)

Рабочая программа согласована с выпускающей кафедрой  
Техническая кибернетика  
(наименование кафедры)

Заведующий кафедрой: д.т.н., проф.  (В.Г. Рубанов)  
(ученая степень и звание, подпись) (инициалы, фамилия)

« 11 » 12 2015 г.


Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры

« 11 » 12 2015 г., протокол № 4

Заведующий кафедрой: д.т.н., проф.  (В.Г. Рубанов)  
(ученая степень и звание, подпись) (инициалы, фамилия)

Рабочая программа одобрена методической комиссией института

« 11 » 12 2015 г., протокол № 4

Председатель: канд. техн. наук, доц.  (Ю.И. Солопов)  
(ученая степень и звание, подпись) (инициалы, фамилия)

## 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции			Требования к результатам обучения
№	Код компетенции	Компетенция	
<b>Профессиональные</b>			
1	ПК-2	Способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления	<p>В результате освоения дисциплины обучающийся должен</p> <p><b>Знать:</b> виды математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления; место и роли экстремальных задач в математике и в приложениях, связанных с оптимизацией различных процессов, классические понятия вариационного исчисления: функционал и его вариация, определение вариации с помощью производной, уравнение Эйлера и др.</p> <p><b>Уметь:</b> составлять математические модели процессов и объектов автоматизации и управления; обобщать и ставить задачи вариационного исчисления, решать вариационные задачи с неподвижными и подвижными границами, задачи на условный экстремум, определять тип экстремума.</p> <p><b>Владеть:</b> пакетом прикладных программ Matlab с целью проведения вычислительных экспериментов для исследования математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления; навыками решения вариационных задач и применения принципа максимума при решении задач оптимального управления</p>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Содержание дисциплины основывается и является логическим продолжением следующих дисциплин:

№	Наименование дисциплины (модуля)
1	Математический анализ (Формализованное описание задачи; Линейная алгебра; Дифференциальные уравнения; Основные понятия и методы математического анализа; Последовательности и ряды; Теория функциональных рядов; Дифференциальное и интегральное исчисление; Теория функций комплексного переменного).
2	Численные методы и оптимизация (Организация инженерного вычислительного процесса различными средствами; Основные алгоритмы обработки данных разного типа).

Содержание дисциплины служит основой для изучения следующих дисциплин:

№	Наименование дисциплины (модуля)
1	Теория автоматического управления (Основы метода пространства состояний: управляемость и наблюдаемость; модальное управление; синтез наблюдающих устройств полного и неполного порядка; Методы оптимального управления).
2	Интеллектуальные системы управления (Системы оптимального управления).
3	Оптимальные системы управления (Синтез оптимальных систем управления).

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зач. единицы, 108 часов.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр № 3
Общая трудоемкость дисциплины, час	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа (аудиторные занятия), в т.ч.:</b>	<b>51</b>	<b>51</b>
лекции	34	34
лабораторные	-	-
практические	17	17
<b>Самостоятельная работа студентов, в том числе:</b>	<b>57</b>	<b>57</b>
Курсовой проект	-	-
Курсовая работа	-	-
Расчетно-графическое задания	-	-
Индивидуальное домашнее задание	-	-
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	<b>57</b>	<b>57</b>
Самостоятельная работа при подготовке к экзамену	23	23
Самостоятельная работа при подготовке к практическим занятиям	17	17
Самостоятельная работа на 1 час лекций	17	17
Форма промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	<b>зачет</b>	<b>зачет</b>

**4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**4.1 Наименование тем, их содержание и объем**  
**Курс 2 Семестр 3**

№ п/п	Наименование раздела (краткое содержание)	Объем на тематический раздел по видам учебной нагрузки, час			
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
<b>1. Классическое вариационное исчисление</b>					
	Задачи, приводящие к вариационным проблемам. Основные определения.	2			1
	Основные леммы вариационного исчисления. Простейшая задача вариационного исчисления	4			2
	Вариационные задачи с фиксированными границами. Функционалы от нескольких функций. Функционалы с производными высшего порядка. Функционалы от функций многих переменных	4	2		4
	Канонический вид уравнений Эйлера.	4	2		4
	Вариационные задачи с подвижными границами. Задача с подвижными концами. Задача с подвижными границами. Экстремали с угловыми точками	4	2		4
	Задачи на условный экстремум. Основные типы задач на условный экстремум. Задача Лагранжа. Задача Майера. Задача Больца.	4	2		4
	Достаточные условия экстремума. Слабый экстремум. Условие Якоби. Инвариантный интеграл Гильберта. Сильный экстремум.	4	2		4
<b>2. Вариационные методы в оптимальном управлении</b>					
	Вариационные методы в оптимальном управлении. Принцип максимума	4	3		5
	Метод динамического программирования. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана. Связь метода динамического программирования с принципом максимума.	4	4		6
	<b>ВСЕГО</b>	<b>34</b>	<b>17</b>	<b>-</b>	<b>34</b>

*Примечание: в колонку «самостоятельная работа» входят подготовка к лекционным, практическим, лабораторным занятиям.*

## 4.2. Содержание практических (семинарских) занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Тема практического (семинарского) занятия	К-во часов	К-во часов СРС
семестр №3				
1	<b>Классическое вариационное исчисление</b>	Вариационные задачи с фиксированными границами	2	2
2		Уравнения Эйлера.	2	2
3		Вариационные задачи с подвижными границами.	2	2
4		Задачи на условный экстремум.	2	2
5		Достаточные условия экстремума.	2	2
6	<b>Вариационные методы в оптимальном управлении</b>	Принцип максимума.	3	3
7		Метод динамического программирования.	4	4
<b>ИТОГО:</b>			<b>17</b>	<b>17</b>
<b>ВСЕГО:</b>			<b>17</b>	<b>17</b>

## 4.3. Содержание лабораторных занятий

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены.

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Перечень контрольных вопросов (типовых заданий)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание вопросов (типовых заданий)
1	<b>Классическое вариационное исчисление</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Перечислите задачи, приводящие к вариационным проблемам.</li> <li>2. Перечислите основные определения вариационного исчисления</li> <li>3. Что такое функционал?</li> <li>4. Основные леммы вариационного исчисления</li> <li>5. Сформулируйте простейшую задачу вариационного исчисления</li> <li>6. Вариационные задачи с фиксированными границами</li> <li>7. Функционалы от нескольких функций. Функционалы с производными высшего порядка. Функционалы от функций многих переменных</li> <li>8. Приведите канонический вид уравнений Эйлера</li> <li>9. Перечислите аксиомы линейного пространства.</li> <li>10. Вариационные задачи с подвижными границами.</li> <li>11. Приведите основные задачи на условный экстремум.</li> <li>12. Что такое задача Лагранжа?</li> <li>13. Приведите достаточные условия экстремума.</li> <li>14. Чем различаются слабый и сильный экстремум?</li> </ol>

2	<b>Вариационные методы в оптимальном управлении</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Опишите применение вариационных методов в оптимальном управлении.</li> <li>2. Приведите постановку задачи оптимального управления</li> <li>3. Сформулируйте принцип максимума Понтрягина</li> <li>4. Опишите применение принципа максимума в задаче быстрогодействия</li> <li>5. Опишите применение принципа максимума в задаче синтеза управления</li> <li>6. Опишите применение принципа максимума в задачах с подвижными концами</li> <li>7. Сформулируйте принцип оптимальности для метода динамического программирования</li> <li>8. Опишите применение уравнения Беллмана.</li> <li>9. В чем заключается связь метода динамического программирования с принципом максимума?</li> <li>10. Сформулируйте задачу оптимальной стабилизации</li> </ol>
---	---	---

### **5.2. Перечень тем курсовых проектов, курсовых работ, их краткое содержание и объем**

Курсовой проект (курсовая работа) не предусмотрен учебным планом дисциплины.

### **5.3. Перечень индивидуальных домашних заданий, расчетно-графических заданий**

Выполнение индивидуальных домашних заданий и расчетно-графических заданий не предусмотрено учебным планом дисциплины.

### **5.4. Перечень контрольных работ**

*(Приводится перечень контрольных работ, указываются темы эссе, рефератов и т.д.).*

Учебным планом предусмотрено выполнение двух контрольных работ.

**Контрольная работа №1.** Решение вариационных задач различных видов (по вариантам).

**Контрольная работа №2.** Применение вариационных методов для оптимального управления (по вариантам).

## 6. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 6.1. Перечень основной литературы

1. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учеб. пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. - 3-е изд., испр. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2010. – 429 с. – (Учебник для вузов. Специальная литература). – ISBN 978-5-8114-0988-4

2. Абдрахманов, В. Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Г. Абдрахманов, А. В. Рабчук. – Москва: Лань", 2014. – 112 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 109. – ISBN 978-5-8114-1630-1 Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=45675](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675)

### 6.2. Перечень дополнительной литературы

1. Федорюк, М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник / М. В. Федорюк. – 3-е изд., стереотип. – Санкт-Петербург: Лань, 2004. – 444 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 5-8114-0491-3

2. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления: учеб. пособие / В. К. Романко. – 2-е изд. – Москва: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 344 с. – (Технический университет). – ISBN 5-93208-097-3

3. Ванько, В.И. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учеб. для вузов / В.И. Ванько, О.В. Ермошина, Г.Н. Кувыркин; ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко.– 3-е изд., исправл. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 488 с.

4. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. – Изд. 2-е, испр. – Москва: Высшая школа, 2005. – 544 с. – (Прикладная математика для вузов). – ISBN 5-06-004137-9

5. Краснов, М. Л. Векторный анализ. Задачи и примеры с подробными решениями : учеб. пособие / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. – 2-е изд., испр. – Москва: Едиториал УРСС, 2002. – 140 с. – ISBN 5-354-00014-9

6. Гюнтер, Н. М. Курс вариационного исчисления: учебник / Н. М. Гюнтер. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – 308 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература). – ISBN 978-5-8114-0893-1

7. Гюнтер, Н. М. Курс вариационного исчисления [Электронный ресурс]: учебник / Н. М. Гюнтер. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – 308 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература). – ISBN 978-5-8114-0893-1 Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=119](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=119)



8. Оптимальное управление / Э. М. Галеев, М. И. Зеликин, С. В. Конягин [и др.]; ред. Н. П. Осмоловский. – Москва: МЦНМО, 2008. – 320 с. – ISBN 978-5-94057-367-8 (1экз)

### **6.3. Перечень интернет ресурсов**

1. Российское образование ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ПОРТАЛ: <http://www.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://alglib.sources.ru/>
4. [http://www.srcc.msu.su/num\\_anal/lib\\_na/cat/cat0.htm](http://www.srcc.msu.su/num_anal/lib_na/cat/cat0.htm)
5. <http://elibrary.ru/>
6. <http://www.twirpx.com/>
7. Доступ к глобальной сети Internet.

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

Лекционные занятия – поточная аудитория мк323, оснащенная интерактивной доской и проекционным оборудованием;

Практические занятия по дисциплине «Вариационное исчисление» осуществляется при активном использовании:

- математических пакетов программ, в частности Matlab;
- интерактивной доски с соответствующим программным обеспечением;
- проекционного оборудования.

Сведения о наличии лицензионного программного обеспечения:

Matlab 2014b, Simulink, Neural Networks Toolbox, Statistics and Machine Learning Toolbox (10 лиц. №362444 бессрочная);

Microsoft Windows 7, 10 (MSDN подписка БГТУ);

Microsoft Office 2013 (Лицензия БГТУ).

## 8. УТВЕРЖДЕНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа с изменениями утверждена на 2016 /2017 учебный год.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Рубанов В.Г.  
подпись, ФИО

Директор института \_\_\_\_\_ Белоусов А.В.  
подпись, ФИО

**Список изменений и дополнений в рабочую программу, утвержденный на 2016/2017 учебный год.**

В качестве лицензионного программного обеспечения используются:

MathWorks Individual Licenses (per License): MATLAB 2016b, Simulink, Neural NetworksToolbox, Fuzzy Logic Toolbox, Control System Toolbox (10 лиц. 1145851 бессрочная);

## 8. УТВЕРЖДЕНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа с изменениями утверждена на 2017 /2018 учебный год.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Рубанов В.Г.  
подпись, ФИО

Директор института \_\_\_\_\_ Белоусов А.В.  
подпись, ФИО

**Список изменений и дополнений в рабочую программу, утвержденный на 2017/2018 учебный год.**

Внести в п. 6 Рабочей программы (Перечень основной литературы):


1. Паращук, Е.М. Вариационное исчисление: практикум: учебное пособие / Е. М. Паращук. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. – 97 с.
2. Паращук, Е. М. Вариационное исчисление [Электронный ресурс]: практикум: учебное пособие для студентов очной формы обучения направления 27.03.04 – Управление в технических системах / Е. М. Паращук. - Электрон. текстовые дан. - Белгород: Издательство БГТУ им. В. Г. Шухова, 2017. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM) : табл. - Загл. с титул. экрана.

## 8. УТВЕРЖДЕНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Утверждение рабочей программы без изменений

Рабочая программа без изменений утверждена на 2018/2019 учебный год.  
Протокол № 13 заседания кафедры от «01» 06 2018г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  Рубанов В.Г.  
подпись, ФИО

Директор института \_\_\_\_\_  Белоусов А.В.  
подпись, ФИО

## 8. УТВЕРЖДЕНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Утверждение рабочей программы без изменений  
Рабочая программа без изменений утверждена на 2019/2020 учебный год.  
Протокол № 12 заседания кафедры от « 17 » 05 2019 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

  
подпись, ФИО

Директор института \_\_\_\_\_

  
подпись, ФИО

## 8. УТВЕРЖДЕНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

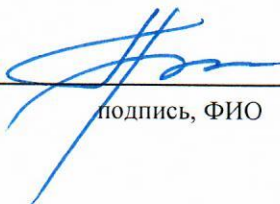
Утверждение рабочей программы без изменений  
Рабочая программа без изменений утверждена на 2020/2021 учебный год.  
Протокол № 10 заседания кафедры от «28» 05 2020г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_



подпись, ФИО

Директор института \_\_\_\_\_



подпись, ФИО